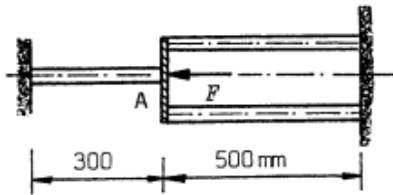
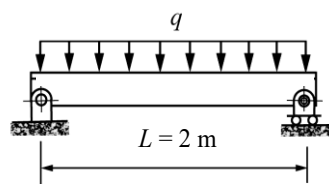


RAK.RS.100 Lujusoppi, Tentti 5.2.2026, Sami Pajunen

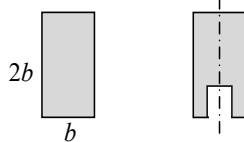
Tentissä saa olla mukana ohjelmoitava laskin. Ei muuta aineistoa.



1. Laske kuvan pyöröteräksestä (halkaisija $d = 30 \text{ mm}$) tehdyn sauvarakenteen sauvojen jännitykset, kun voima $F = 120 \text{ kN}$. Rakenteessa on siis kolme sauvaa, joilla kaikilla on samanlainen poikkileikkaus. Yhdyslevy oletetaan täysin jäykäksi eikä sen paksuutta oteta huomioon. Teräksen kimmokerroin $E = 200 \text{ GPa}$.

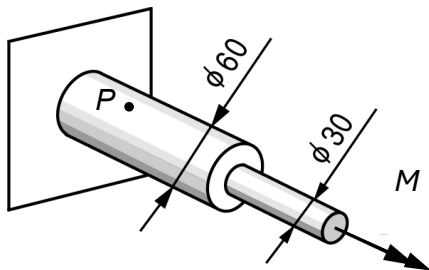


Poikkileikkaus:

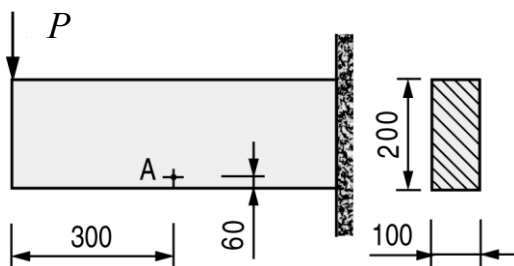


2. Määritä vasemman puoleisen, ehjän poikkileikkauksen mitta b ehdosta, että oheisen kaksitukisen palkin suurin normaalijännitys ei saa ylittää arvoa 240 MPa kuormituksen ollessa $q = 500 \text{ N/m}$. $E = 210 \text{ GPa}$.

Tämän jälkeen palkin alapintaan jyrsitään koko pituuden matkalta suorakulmainen ura, jonka korkeus on 25% poikkileikkauksen korkeudesta ja jonka leveys on 50% poikkileikkauksen leveydestä. Ura sijaitsee vaakasuunnassa poikkileikkauksen keskellä oheisen kuvan mukaisesti. Paljonko palkin maksimitaipuma kasvaa uran takia, kun kuormitus pysyy samana?

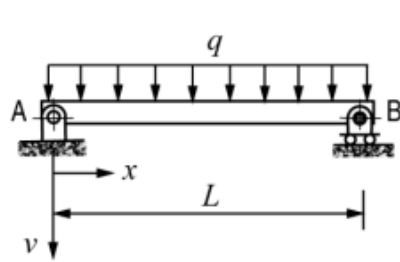


3. Määritä kuvan vääntöakselin ulkopinnan pisteessä P vaikuttava leikkausjännitys. $M = 2 \text{ kNm}$.



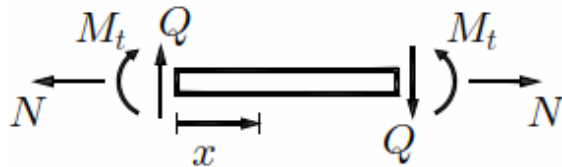
4. Määritä kuvan palkin pisteen A jännityselementti sekä kyseisen pisteen pääjännitykset ja pääsuunnat. Kuvan mitat ovat millimetrejä. $P = 250 \text{ kN}$

KÄÄNNÄ



$$v = \frac{q}{24 EI} (L^3 x - 2 L x^3 + x^4)$$

$$v_{\max} = \frac{5 q L^4}{384 EI} \quad v'_A = -v'_B = \frac{q L^3}{24 EI}$$

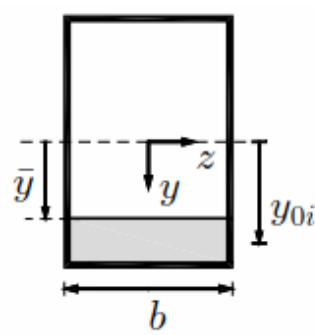
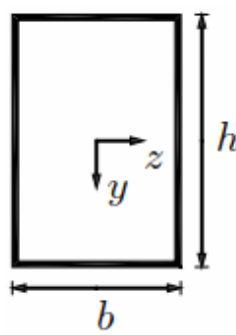
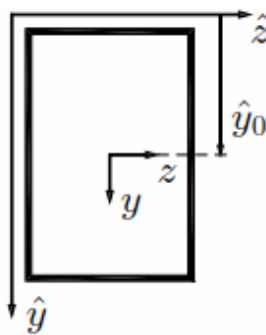


$$\frac{dQ}{dx} = -q$$

$$\frac{dM_t}{dx} = Q$$

$$\sigma = \varepsilon E \quad \varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad \sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_{tz}}{I_z} y \quad |\sigma_t|_{\max} = \frac{M_{tz}}{W_z}$$

$$\Delta L = \frac{NL}{EA} + \alpha \Delta T L \quad EI_z \frac{d^2 v}{dx^2} = -M_{tz} \quad I_z = \Sigma (I_{zi} + A_i y_{0i}^2)$$



$$\hat{y}_0 = \frac{\Sigma A_{0i} \hat{y}_{0i}}{\Sigma A_{0i}}$$

$$I_z = \frac{bh^3}{12}$$

$$S_z(\bar{y}) = \Sigma A_i y_{0i}$$

$$\tau_{xy} = \frac{Q_y S_z(\bar{y})}{I_z b(\bar{y})} \quad P_n = \pi^2 \frac{EI}{L_n^2} \quad \Delta \varphi = \frac{M_v L}{GI_v} \quad \tau_{\max} = \frac{M_v}{W_v}$$

$$I_v = \frac{\pi}{32} D^4$$

$$I_v \approx \frac{1}{3} \Sigma s_i t_i^3$$

$$I_v \approx \frac{4 \bar{A}^2}{\Sigma s_i / t_i}$$

$$I_v = \frac{\pi}{32} (D^4 - d^4)$$

$$W_v \approx \frac{I_v}{t_{\max}}$$

$$W_v \approx 2 \bar{A} t_{\min}$$

$$W_v = \frac{I_v}{D/2}$$

$$\det(\underline{\sigma} - \lambda \underline{I}) = 0$$

$$(\underline{\sigma} - \lambda_i \underline{I}) \vec{n}_i = 0$$

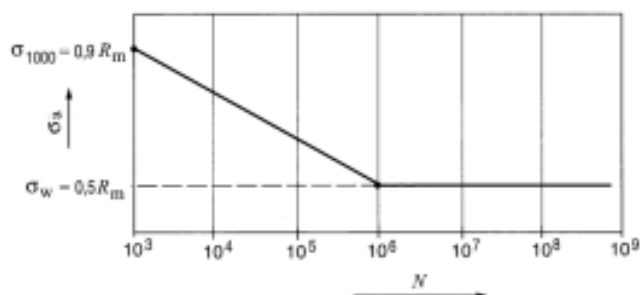
$$|\tau|_{\max} = \frac{1}{2} \max(|\sigma_1 - \sigma_2|, |\sigma_2 - \sigma_3|, |\sigma_3 - \sigma_1|) = \frac{1}{2}(\sigma_I - \sigma_{III})$$

$$\sigma_{Tresca} = 2|\tau|_{\max}$$

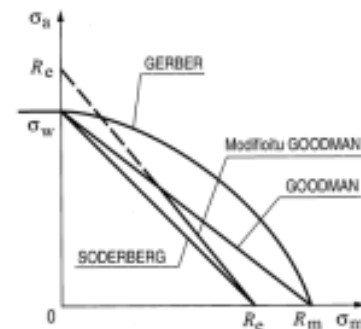
$$\sigma_{vMises} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]}$$

$$\underline{t}_\alpha = \underline{\sigma} \vec{n}_\alpha \quad \sigma_\alpha = \underline{t}_\alpha \cdot \vec{n}_\alpha \quad \underline{\sigma}_\alpha = \sigma_\alpha \vec{n}_\alpha \quad \underline{\tau}_\alpha = \underline{t}_\alpha - \underline{\sigma}_\alpha$$

$$\sigma_w \approx 0,5 R_m \quad \sigma_{1000} \approx 0,9 R_m \quad \frac{\sigma_a}{\sigma_N} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1$$



Kuva 1. Yksinkertaistettu teräksen Wöhler-käyrä, log-log-asteikko. $\sigma_m = 0$



Kuva 2. Yksinkertaistettuja väsymislujuuspiirroksia