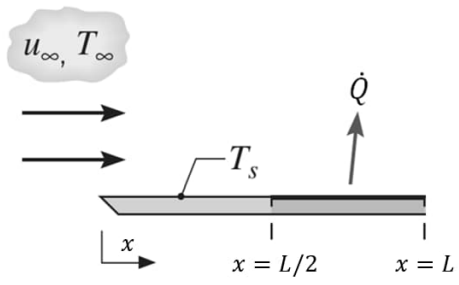
Tampereen yliopisto
YEB.420 LÄMPÖTEKNIIKKA
Välikoe 2, 21.12.2022, ratkaisut

1. Kuvan mukaisen tasolevyn toiselta puolelta virtaa ilmaa siten, että $U_\infty = 10$ m/s ja $T_\infty = 25$ °C; levyn pituus $L = 80$ cm ja leveys 120 cm. Levyn pintalämpötila $T_s = 90$ °C.



   (a) Määritä lämpövirta, joka levystä siirtyy väliltä $L/2 < x < L$. Oleta laminaari virtaus. Miksi oletus laminaarista virtauksesta on perusteltu tässä tapauksessa?

   (b) Virtaukseen aiheutetaan häiriö tuloreunalla, jolloin virtauksen voi olettaa olevan turbulentti koko levyn matkalta. Mikä on tällöin lämpövirta koko levystä.

   Ilmalle $\rho = 1.2$ kg/m^3; $\mu = 2 \cdot 10^{-5}$ Ns/m^2; $k = 0.027$ W/(m °C); Pr = 0.7.

(a)

Lämpövirta väliltä $L/2 < x < L$ saadaan siten, että määritetään lämpövirta koko levystä ($0 < x < L$) sekä lämpövirta levyn ensimmäisestä puoliskosta ($0 < x < L/2$) ja vähennetään nämä toisistaan.

Reynoldsin luku koko levylle:

$$\mathrm{Re}_L = \frac{\rho U_\infty L}{\mu} = \frac{1.2 \cdot 10 \cdot 0.8}{2 \cdot 10^{-5}} = 480000$$

Koska levyn lopussa ($x = L$) Reynoldsin luku on < 500000 (= Re_{cr}), virtaus on laminaari koko levyn matkalta.

Reynoldsin luku levyn puoliskolle ($0 < x < L/2$):

$$\mathrm{Re}_{L/2} = \frac{U_\infty (L/2)}{\nu} = \frac{1.2 \cdot 10 \cdot 0.4}{2 \cdot 10^{-5}} = 240000$$

Keskimääräinen Nusseltin luku välillä $0 < x < L$ (koko levy):

$$\mathrm{Nu}_L = 0.664 \mathrm{Re}_L^{1/2} \mathrm{Pr}^{1/3} = 0.664 \cdot (480000)^{1/2} (0.7)^{1/3} = 408.5$$

Keskimääräinen lämmönsiirtokerroin välillä $0 < x < L$ (koko levy):

$$h_L = \frac{\mathrm{Nu}_L k}{L} = \frac{408.5 \cdot 0.027}{0.8} = 13.8 \text{ W/(m}^2\text{ K)}$$

Lämpövirta välillä $0 < x < L$ (koko levy):

$$\dot{Q}_L = h_L A_L (T_s - T_\infty) = 13.8 \cdot 0.8 \cdot 1.2 \cdot (90 - 25) = 861.1 \text{ W}$$

Keskimääräinen Nusseltin luku välillä $0 < x < L/2$:

$\mathrm{Nu}_{L/2} = 0.664\mathrm{Re}_{L/2}^{1/2}\mathrm{Pr}^{1/3} = 0.664 \cdot (240000)^{1/2}\,(0.7)^{1/3} = 288.8$

Keskimääräinen lämmönsiirtokerroin välillä $0 < x < L/2$:

$$h_{L/2} = \frac{\mathrm{Nu}_{L/2}\,k}{L/2} = \frac{288.8 \cdot 0.027}{0.4} = 19.5\ \mathrm{W/(m^2\,K)}$$

Lämpövirta välillä $0 < x < L/2$:

$\dot{Q}_{L/2} = h_{L/2}A_{L/2}(T_s - T_\infty) = 19.5 \cdot 0.4 \cdot 1.2 \cdot (90 - 25) = 608.4\ \mathrm{W}$

Lämpövirta välillä $L/2 < x < L$:

$\dot{Q}_{(L/2-L)} = \dot{Q}_L - \dot{Q}_{L/2} = 861.1 - 608.4 = 252.7\ \mathrm{W}$

(b)

Turbulentti virtaus:

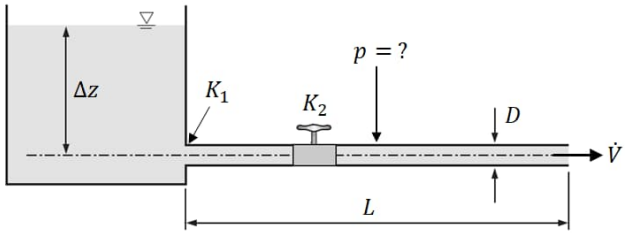
Keskimääräinen Nusseltin luku turbulentille virtaukselle:

$$\mathrm{Nu} = \frac{hL}{k} = 0.037\mathrm{Re}^{4/5}\mathrm{Pr}^{1/3} = 0.037 \cdot (480000)^{4/5}\,(0.7)^{1/3} = 1152.3$$

$$\rightarrow\ h = \frac{\mathrm{Nu}\,k}{L} = \frac{1152.3 \cdot 0.027}{0.8} = 38.9\ \mathrm{W/(m^2\,°C)}$$

$\rightarrow\ \dot{Q} = hA(T_s - T_\infty) = 38.9 \cdot 0.8 \cdot 1.2 \cdot (90 - 25) = 2427\ \mathrm{W}$

2. Kuvan mukaisessa tilanteessa avoimesta säiliöstä virtaa vettä putkea pitkin 1.4 m^3/min. Putken halkaisija D = 100 mm ja pituus L = 80 m. Kertahäviöitä aiheutuu sisäänvirtauksesta putkeen (K_1 = 0.5) sekä venttiilistä (K_2 = 2). Vesi purkautuu putkesta ympäristön paineeseen (= 100 kPa). Vedelle: μ = 0.001 Ns/m^2; ρ = 1000 kg/m^3.



(a) Määritä paine putken puolivälissä, jos putki on sileä.

(b) Määritä säiliön nestepinnan korkeus eli Δz, jos putken karheus ε = 0.2 mm.

$$V = \frac{\dot{V}}{\pi D^2/4} = \frac{1.4/60}{\pi \cdot (0.1)^2/4} = 2.971 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1000 \cdot 2.971 \cdot 0.1}{0.001} = 297100 \approx 300000 \xrightarrow{\text{Moodyn käyrästö } (\varepsilon=0)} f \approx 0.014$$

(Huom! Kaava $f = 0.3164/\text{Re}^{0.25}$ on voimassa vain, kun Re < 100000)

Painehäviö putkessa 40 m:n (= $L/2$) matkalla:

$$\Delta p = f\,\frac{\rho V^2}{2}\frac{L}{D} = 0.014 \cdot \frac{1000 \cdot (2.971)^2}{2} \cdot \frac{40}{0.1} = 24715 \text{ Pa} \approx 24.7 \text{ kPa}$$

Paine putken puolivälissä:

$$p = p_{ymp} + \Delta p = 100 + 24.7 = 124.7 \text{ kPa}$$

Putkivirtauksen energiayhtälö:

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} + \rho g z_2 + \Delta p \quad (1 \rightarrow \text{säiliön pinta; } 2 \rightarrow \text{putken ulosvirtauskohta})$$

$$p_1 = p_2;\ V_1 = 0$$

$$\rightarrow \rho g z_1 = \frac{\rho V_2^2}{2} + \rho g z_2 + \Delta p$$

$$\rightarrow \rho g \Delta z = \frac{\rho V^2}{2} + \Delta p \qquad (\Delta z = z_1 - z_2;\ V = V_2)$$

$$\rightarrow \Delta z = \frac{\frac{\rho V^2}{2} + \Delta p}{\rho g} = \frac{V^2}{2g} + \frac{\Delta p}{\rho g} = \frac{(2.971)^2}{2 \cdot 9.81} + \frac{95771}{1000 \cdot 9.81} = 10.2 \text{ m}$$

$$\text{Re} \approx 300000 \ \&\ \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.2}{100} = 0.002 \xrightarrow{\text{Moodyn käyrästö}} f \approx 0.024$$

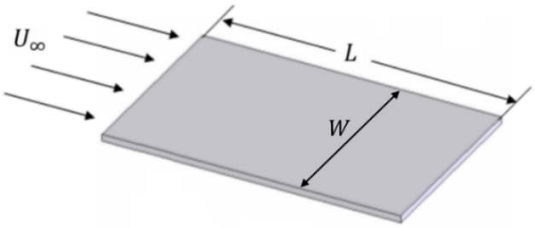
$$\Delta p = \left(f\frac{L}{D} + \Sigma K\right)\frac{\rho V^2}{2} = \left(0.024 \cdot \frac{80}{0.1} + 2.5\right) \cdot \frac{1000 \cdot (2.971)^2}{2} = 95771 \text{ Pa}$$

3. Tasolevyn (pituus $L = 1.5$ m, leveys $W = 0.7$ m) ohi virtaa ilmaa molemmilta puolilta nopeudella $U_\infty = 8$ m/s. Ilmalle $\nu = 1.6 \cdot 10^{-5}$ m^2/s; $\rho = 1.2$ kg/m^3.

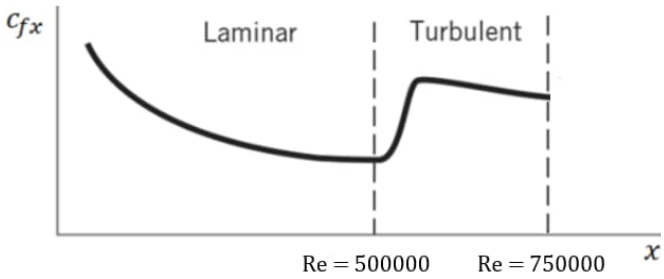
   (a) Hahmottele, miten kitkakerroin muuttuu levyn pinnalla normaalitilanteessa. Ei tarvitse laskea mitään.

   (b) Virtaukseen aiheutetaan häiriö tuloreunalla, jolloin virtauksen voi olettaa olevan turbulentti koko levyn matkalta. Määritä voima, joka virtauksesta kohdistuu levyyn tässä tapauksessa.

   (c) Mikä on levyn pituus L silloin, jos virtauksesta levyyn kohdistuva voima on puolet (b)-kohdan voimasta (oleta tässäkin turbulentti virtaus).



$$\text{Re} = \frac{U_\infty L}{\nu} = \frac{8 \cdot 1.5}{1.6 \cdot 10^{-5}} = 750000$$



Keskimääräinen kitkakerroin:

$$c_f = 0.074\,\text{Re}^{-1/5} = 0.074 \cdot (750000)^{-1/5} = 0.00495$$

$$\rightarrow\ F = c_f \frac{\rho U_\infty^2}{2}(2A) = 0.00495 \cdot \frac{1.2 \cdot (8)^2}{2} \cdot (2 \cdot 1.5 \cdot 0.7) = 0.4\ \text{N}$$

Huomaa, että voiman laskennassa täytyy ottaa huomioon levyn molemmat puolet ($\rightarrow 2A$).

$$F_2 = \frac{1}{2}F \ \rightarrow\ c_{f2}\frac{\rho U_\infty^2}{2}(2L_2W) = \frac{1}{2}c_f\frac{\rho U_\infty^2}{2}(2LW) \ \rightarrow\ c_{f2}\,L_2 = \frac{1}{2}c_f\,L$$

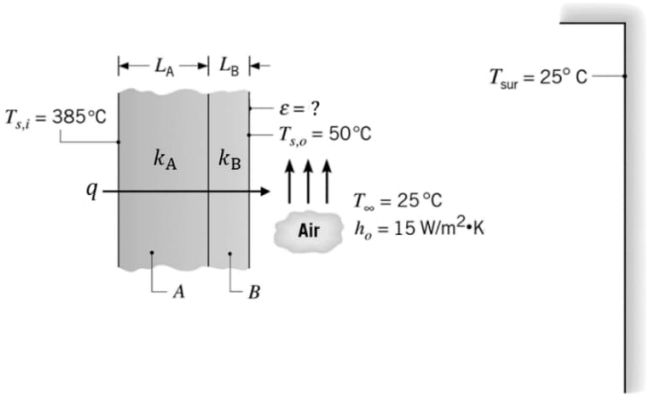
$$\rightarrow\ 0.074\left(\frac{U_\infty L_2}{\nu}\right)^{-1/5} L_2 = \frac{0.074}{2}\left(\frac{U_\infty L}{\nu}\right)^{-1/5} L \ \rightarrow\ L_2^{4/5} = \frac{1}{2}L^{4/5}$$

$$\rightarrow\ L_2 = \left(\frac{L^{4/5}}{2}\right)^{5/4} = \left[\frac{(1.5)^{4/5}}{2}\right]^{5/4} = 0.631\ \text{m}$$

4. Kuvan mukainen seinämä muodostuu kahdesta kerroksesta, A ja B, joiden paksuudet ovat L_A = 50 mm ja L_B = 25 mm; lämmönjohtavuus k_A = 0.15 W/(m K). Seinämän pintalämpötilat ovat kuvan mukaisesti 385 °C ja 50 °C. Oikeanpuoleiselta pinnalta lämpö siirtyy ympäristöön konvektiolla ja säteilemällä; konvektiivinen lämmönsiirtokerroin on 15 W/(m^2 K) ja ympäröivän ilman lämpötila 25 °C, joka on myös ympäröivien seinien lämpötila. Lämpövirran tiheys seinämän yli on: q = 500 W/m^2.

   (a) Määritä kerroksen B lämmönjohtavuus, k_B, sekä lämpötila kerrosten A ja B rajapinnalla.

   (b) Määritä emissiviteetti, ε, seinämän oikealla reunalla.



(a)

$$q = \frac{k_A(T_{s,i} - T_{AB})}{L_A}$$

$$\rightarrow T_{AB} = T_{s,i} - \frac{qL_A}{k_A} = 385 - \frac{500 \cdot 0.05}{0.15} = 218.3\ °C$$

$$q = \frac{k_B(T_{AB} - T_{s,o})}{L_B}$$

$$\rightarrow k_B = \frac{qL_B}{T_{AB} - T_{s,o}} = \frac{500 \cdot 0.025}{(218.3 - 50)} = 0.0743\ \text{W/(m K)}$$

(b)

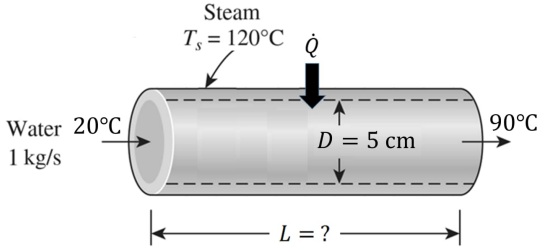
Konvektio oikealta reunalta: $q_{conv} = h_o(T_{s.o} - T_\infty) = 15 \cdot (50 - 25) = 375\ \text{W/m}^2$

Säteily oikealta reunalta: $q_{rad} = \varepsilon\sigma\left(T_{s,o}^4 - T_{sur}^4\right)$

$$\rightarrow \varepsilon = \frac{q_{rad}}{\varepsilon\sigma\left(T_{s,o}^4 - T_{sur}^4\right)} = \frac{q - q_{conv}}{\varepsilon\sigma\left(T_{s,o}^4 - T_{sur}^4\right)} = \frac{500 - 375}{5.67 \cdot 10^{-8} \cdot [(50 + 273)^4 - (25 + 273)^4]} = 0.735$$

(Huom! Säteilylaskuissa Kelvin-asteet)

5. Ohutseinäisessä putkessa virtaa vettä 1 kg/s. Putken pintalämpötila pidetään vakiona lauhtuvan höyryn avulla: T_s = 120 °C. Putken sisähalkaisija on 5 cm (≈ ulkohalkaisija).



(a) Määritä lämmönsiirtokerroin.

(b) Miten pitkä putki (L) tarvitaan, että veden (keski)lämpötila nousee 20 °C → 90 °C

(c) Määritä lämpövirta $\dot{Q}$ höyrystä virtaavaan veteen.

Vedelle: μ = 7 · 10^{-4} Ns/m^2, ρ = 992 kg/m^3, k = 0.63 W/(m °C), c_p = 4180 J/(kg °C), Pr = $\mu c_p / k$.

(a)

$$\dot{m} = \rho A V = \rho\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)V \longrightarrow V = \frac{4\dot{m}}{\rho\pi D^2} = \frac{4\cdot 1}{992\cdot\pi\cdot(0.05)^2} = 0.5134 \text{ m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{992\cdot 0.5134\cdot 0.05}{7\cdot 10^{-4}} = 36378$$

$$\text{Pr} = \frac{\mu c_p}{k} = \frac{7\cdot 10^{-4}\cdot 4180}{0.63} = 4.64$$

$$\text{Nu} = \frac{hD}{k} = 0.023\,\text{Re}^{0.8}\,\text{Pr}^{0.4} = 0.023\cdot(36378)^{0.8}\cdot(4.64)^{0.4} = 189.2$$

$$\rightarrow\ h = \frac{\text{Nu}\,k}{D} = \frac{189.2\cdot 0.63}{0.05} = 2384 \text{ W/(m}^2\text{ °C)}$$

(b)

$$\frac{T_{m,o} - T_\infty}{T_{m,i} - T_\infty} = \exp\left(-\frac{UPL}{\dot{m}c_p}\right)$$

Tässä tehtävässä: $T_\infty \rightarrow T_s$; $U \rightarrow h$

$$\rightarrow\ L = -\frac{\dot{m}c_p}{hP}\ln\left(\frac{T_{m,o} - T_s}{T_{m,i} - T_s}\right) = -\frac{\dot{m}c_p}{h\pi D}\ln\left(\frac{T_{m,o} - T_s}{T_{m,i} - T_s}\right) = -\frac{1\cdot 4180}{2384\cdot\pi\cdot 0.05}\cdot\ln\left(\frac{90-120}{20-120}\right) \approx 13.4 \text{ m}$$

(c)

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p\left(T_{m,o} - T_{m,i}\right) = 1\cdot 4180\cdot(90-20) \approx 292600 \text{ W}$$