



Usean muuttujan funktiot

Tentti 26.11.2024 / Merja Laaksonen

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta

Muista, että jokaisessa tehtävässä pisteet tulevat perusteluista eikä arvauksista.

1. Olkoon $f(x, y, z) = x^2y^3 + 2z$ ja piste $A = (2, -1, 3)$.
- Mihin suuntaan funktio f kasvaa voimakkaimmin pisteessä A ?
 - Jos $(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt}) = (2t, -1/2, 4 + 40t^{-3})$, niin paljonko on derivaatta $\frac{df}{dt}$ hetkellä $t = 2$, kun $(x, y, z) = (2, -1, 3)$?
 - Pisteet (x, y, z) , jotka toteuttavat ehdon $f(x, y, z) = f(2, -1, 3)$, muodostavat pinnan. Mikä on tuon pinnan tangenttitaso pisteessä A ?

2. Jos pisteestä $(1, 2)$ lähdetään kohti pistettä $(2, 2)$, niin funktion f suunnattu derivaatta on 2. Jos pisteestä $(1, 2)$ lähdetään kohti pistettä $(1, 1)$, niin funktion f suunnattu derivaatta on 3. Paljonko on suunnattu derivaatta, jos pisteestä $(1, 2)$ lähdetään kohti pistettä $(4, 6)$?

3. Tarkastellaan funktiota $f : f(x, y) = 2x^3 - x^2y + 2y^2$ alueessa

$$\Omega = \{(x, y) \mid x^2 \leq y \leq 1\}.$$

Etsi funktion suurin ja pienin arvo tuossa suljetussa alueessa.

4. a) Vaihda integroimisjärjestys ja laske tasointegraalin arvo

$$\int_0^2 \int_{y/2}^1 ye^{x^3} dx dy.$$

- b) Muunna sylinterikoordinaatistoon integraali

$$\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-x^2}}^0 \int_x^y (x^2 + y^2) dz dy dx.$$