

Tampereen yliopisto

YEB.420 LÄMPÖTEKNIikka

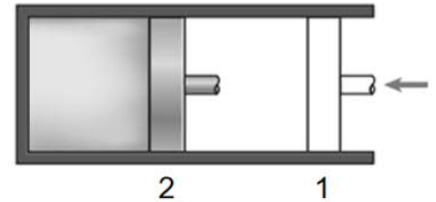
Välikoe 1, 18.10.2022, ratkaisut

1. Säiliössä on hiilidioksidia 1 kg. Alkutilanteessa hiilidioksidin lämpötila on 30 °C ja paine 150 kPa.

(a) Hiilidioksidia puristetaan isentrooppisesti siten, että paine kolminkertaistuu (150 kPa → 450 kPa). Määritä lopputilanteen tilavuus sekä puristuksessa tehty työ.

(b) Määritä tehty työ ja tuotu/poistettu lämpö, jos puristus kolminkertaiseen paineeseen (150 kPa → 450 kPa) tapahtuukin isotermisesti ($T_1 = T_2 = 30$ °C).

Hiilidioksidille: $M = 44$ kg/kmol; $c_p = 890$ J/(kg K); $c_v = 700$ J/(kg K).



$$R = \frac{R_u}{M} = \frac{8.314}{44 \cdot 10^{-3}} = 189 \text{ J/(kg K)}$$

$$k = \frac{c_p}{c_v} = \frac{890}{700} = 1.271$$

(a)

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{(k-1)/k} = 303 \cdot \left(\frac{450}{150} \right)^{(1.271-1)/1.271} = 383.0 \text{ K}$$

$$W = mc_v(T_2 - T_1) = 1 \cdot 700 \cdot (383 - 303) = 56000 \text{ J}$$

$$p_2 V_2 = mRT_2 \rightarrow V_2 = \frac{mRT_2}{p_2} = \frac{1 \cdot 189 \cdot 383}{450000} = 0.161 \text{ m}^3$$

(b)

$$W = mRT \ln \left(\frac{V_1}{V_2} \right)$$

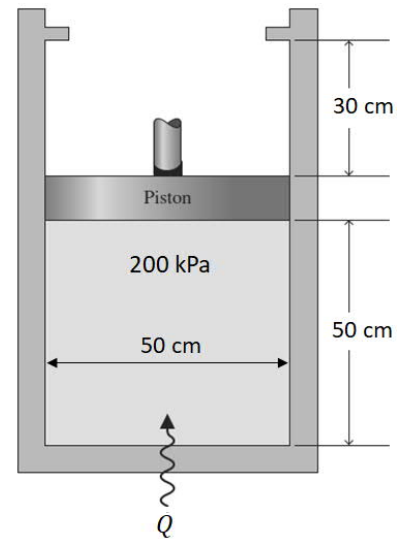
$$T = \text{vakio} \rightarrow p_1 V_1 = p_2 V_2 \rightarrow \frac{V_1}{V_2} = \frac{p_2}{p_1} = 3$$

$$\rightarrow W = 1 \cdot 189 \cdot 303 \cdot \ln(3) = 62900 \text{ J}$$

$$T = \text{vakio} \rightarrow \Delta U = 0 \rightarrow Q = -W = -62900 \text{ J}$$

Lämpöä poistuu 62.9 kJ

2. Kuvan mukaisessa säiliössä on ilmaa 0.25 kg. Säiliössä on vapaasti liikkuva mutta kuitenkin tiivis mäntä, jonka massa on sellainen, että se aiheuttaa säiliössä olevaan ilmaan paineen 200 kPa. Säiliön halkaisija on 50 cm ja alkutilanteessa männän alle jäävän osan korkeus on myös 50 cm. Säiliöön tuodaan lämpöä, jonka seurauksena mäntä alkaa nousta. Mäntä voi nousta korkeintaan 30 cm, jonka jälkeen se törmää kuvan mukaisiin ulokkeisiin. Lopputilanteessa ilman lämpötila säiliössä on 250 °C.



(a) Osoita, että mäntä nousee ylös asti (eli ulokkeisiin saakka) ja hahmottele prosessi p - V -tasossa.

(b) Määritä tehty työ.

(c) Määritä tuotu lämpö.

Ilmalle: $M = 28.97 \text{ kg/kmol}$; $c_v = 720 \text{ J/(kg K)}$; $k = 1.4$.

$$R = \frac{R_u}{M} = \frac{8.314}{28.7 \cdot 10^{-3}} = 287 \text{ J/(kg K)}$$

$$V_1 = \frac{\pi \cdot (0.5)^2}{4} \cdot 0.5 = 0.0982 \text{ m}^3; \quad V_{\text{max}} = \left(\frac{50 + 30}{50}\right) V_1 = 1.6 \cdot 0.0982 = 0.1571 \text{ m}^3$$

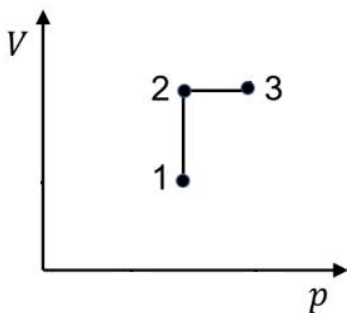
(a)

Männän nousemisen ylös asti voi osoittaa usealla eri tavalla:

$$pV_{\text{max}} = mRT_{\text{end}} \rightarrow p = \frac{mRT_{\text{end}}}{V_{\text{max}}} = \frac{0.25 \cdot 287 \cdot 523}{0.1571} = 238900 \text{ Pa} = 238.9 \text{ kPa} > 200 \text{ kPa} \rightarrow \text{ok!}$$

$$p_1 V_{\text{max}} = mRT \rightarrow T = \frac{p_1 V_{\text{max}}}{mR} = \frac{200000 \cdot 0.1571}{0.25 \cdot 287} = 437.9 \text{ K} < 523 \text{ K} \rightarrow \text{ok!}$$

$$p_1 V = mRT_{\text{end}} \rightarrow V = \frac{mRT_{\text{end}}}{p_1} = \frac{0.25 \cdot 289 \cdot 523}{200000} = 0.189 \text{ m}^3 > 0.1571 \text{ m}^3 \rightarrow \text{ok!}$$



$$p_1 = p_2 = 200 \text{ kPa}$$

$$p_3 = 238.9 \text{ kPa}$$

$$V_1 = 0.0982 \text{ m}^3$$

$$V_2 = V_3 = 0.1571 \text{ m}^3$$

$$T_1 = 273.7 \text{ K}$$

$$T_2 = 437.9 \text{ K}$$

$$T_3 = 523 \text{ K}$$

$$\left(p_1 V_1 = mRT_1 \rightarrow T_1 = \frac{p_1 V_1}{mR} = \frac{200000 \cdot 0.0982}{0.25 \cdot 287} = 273.7 \text{ K} \right)$$

(b)

Työtä tehdään vain välillä 1-2, koska vain tällä välillä tilavuus muuttuu.

$$\begin{aligned}\rightarrow W &= -p_1(V_2 - V_1) \\ &= -200 \cdot (0.1571 - 0.0982) \\ &= -11.8 \text{ kJ}\end{aligned}$$

Tuotu lämpö saadaan määritettyä soveltamalla 1. pääsääntöä alku- ja loppupisteen (1 ja 3) välillä:

$$Q + W = \Delta U$$

$$\begin{aligned}\rightarrow Q &= \Delta U - W = mc_v(T_4 - T_1) - W \\ &= 0.25 \cdot 0.72 \cdot (523 - 273.7) - (-11.8) \\ &= 56.7 \text{ kJ}\end{aligned}$$

Tuodun lämmön voi määrittää myös seuraavasti:

$$\begin{aligned}Q &= m[c_p(T_2 - T_1) + c_v(T_3 - T_2)] \\ &= 0.25 \cdot [1.008 \cdot (437.9 - 273.7) + 0.72 \cdot (523 - 437.9)] \\ &= 56.7 \text{ kJ}\end{aligned}$$

$$\left(k = \frac{c_p}{c_v} \rightarrow c_p = kc_v = 1.4 \cdot 0.72 = 1.008 \text{ kJ}/(\text{kg K})\right)$$

3. Säiliössä on kosteaa ilmaa eli kuivan ilman ja vesihöyryn seosta; seoksen lämpötila on 45 °C ja paine 100 kPa. Seoksessa on vesihöyryä 0.2 kg ja vesihöyryn osapaine on 7 kPa. Määritä suhteellinen kosteus, kastepisteen lämpötila, kuivan ilman määrä (kg) sekä säiliön tilavuus.

Moolimassat kuivalle ilmalle $M_i = 28.97 \text{ kg/kmol}$ ja vesihöyrylle $M_h = 18.01 \text{ kg/kmol}$.

$$R_i = \frac{R_u}{M_i} = \frac{8.314}{28.97 \cdot 10^{-3}} = 287.0 \text{ J/(kg K)}; R_h = \frac{R_u}{M_h} = \frac{8.314}{18.01 \cdot 10^{-3}} = 461.6 \text{ J/(kg K)}$$

$$T = 45 \text{ °C} \rightarrow p'_h = 9.595 \text{ kPa}$$

$$\varphi = \frac{p_h}{p'_h} = \frac{7}{9.595} \approx 0.73 \text{ (73 \%)}$$

$$T_{dp} = T_{sat}(p_h) = T_{sat}(7 \text{ kPa}) \approx 40 \text{ °C} \quad (= T_{sat}(7.385 \text{ kPa}))$$

$$\omega = \frac{m_h}{m_i} = 0.622 \left(\frac{p_h}{p_i} \right) = 0.622 \cdot \left(\frac{7}{93} \right) = 0.0468 \quad (p_i = p - p_h = 100 - 7 = 93 \text{ kPa})$$

$$\rightarrow m_i = \frac{m_h}{\omega} = \frac{0.2}{0.0468} = 4.274 \text{ kg}$$

Säiliön tilavuuden saa määritettyä soveltamalla ideaalikaasun tilanyhtälöä joko vesihöyrylle tai kuivalle ilmalle; molemmilla tavoilla tulee sama tulos:

$$p_h V = m_h R_h T \rightarrow V = \frac{m_h R_h T}{p_h} = \frac{0.2 \cdot 461.6 \cdot 318}{7000} = 4.194 \text{ m}^3$$

$$p_i V = m_i R_i T \rightarrow V = \frac{m_i R_i T}{p_i} = \frac{4.274 \cdot 287 \cdot 318}{93000} = 4.194 \text{ m}^3$$

Säiliön tilavuuden saa määritettyä myös soveltamalla ideaalikaasun tilanyhtälöä koko seokselle. Tällöin ideaalikaasun tilanyhtälö kannattaa kirjoittaa muodossa:

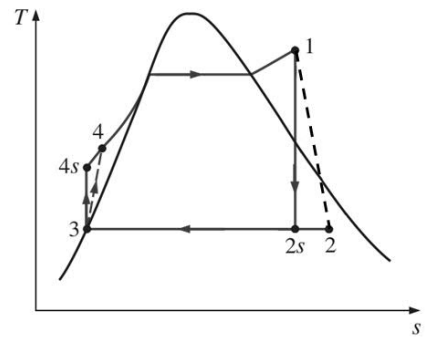
$$pV = NR_u T$$

missä

$$N = \frac{m_h}{M_h} + \frac{m_i}{M_i} = \frac{0.2}{18.01 \cdot 10^{-3}} + \frac{4.274}{28.97 \cdot 10^{-3}} = 158.64 \text{ mol}$$

$$\rightarrow V = \frac{NR_u T}{p} = \frac{158.64 \cdot 8.314 \cdot 318}{100000} = 4.194 \text{ m}^3$$

4. Kuva esittää yksinkertaista höyryvoimalaitosprosessia lämpötila-entropia ($T-s$) -tasossa. Vesihöyryn massavirta on 20 kg/s. Turbiiniin tulevan (piste 1) vesihöyryn paine on 7 MPa ja lämpötila 600 °C. Turbiinin jälkeen (piste 2) vesihöyryn paine on 20 kPa ja höyrypitoisuus 0.94. Pisteessä 3 vesi on kylläistä nestettä.



- (a) Määritä turbiinin isentrooppinen hyötysuhde sekä turbiinin antama teho.
 (b) Määritä vesihöyryn ominaistilavuus ja lämpötila pisteessä 2.
 (c) Määritä pumpun ottama teho, kun pumpun isentrooppinen hyötysuhde on 80 %.

$$\begin{cases} p_1 = 7 \text{ MPa} \\ T_1 = 600 \text{ °C} \end{cases} \xrightarrow{\text{hs-piirros}} h_1 \approx 3650 \text{ kJ/kg}; s_1 \approx 7.1 \text{ kJ/(kg K)}$$

$$\begin{cases} p_2 = 20 \text{ kPa} = 0.02 \text{ MPa} \\ x_2 = 0.94 \end{cases} \xrightarrow{\text{hs-piirros}} h_2 \approx 2470 \text{ kJ/kg}$$

$$\begin{cases} p_2 = 20 \text{ kPa} = 0.02 \text{ MPa} \\ s_{2s} = s_1 = 7.1 \text{ kJ/(kg K)} \end{cases} \xrightarrow{\text{hs-piirros}} h_{2s} \approx 2340 \text{ kJ/kg}$$

Entalpiain h_2 voi määrittää myös näin:

$$h_2 = x_2 h'' + (1 - x_2) h' = 0.94 \cdot 2608.8 + (1 - 0.94) \cdot 251.18 = 2467 \text{ kJ/kg}$$

(h' ja h'' on luettu kylläisen tilan taulukosta kohdasta $p = 19.947 \text{ kPa}$)

(a)

$$\eta_{ts} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}} = \frac{3650 - 2470}{3650 - 2340} = 0.9$$

$$\dot{W}_t = \dot{m}(h_1 - h_2) = 20 \cdot (3650 - 2470) = 23600 \text{ kW}$$

(b)

$$v_2 = x_2 v'' + (1 - x_2) v' = 0.94 \cdot 7.6670 + (1 - 0.94) \cdot 0.001017 = 7.207 \text{ m}^3/\text{kg}$$

$$T_2 = 60 \text{ °C}$$

(v' , v'' ja T_2 on luettu kylläisen tilan taulukosta kohdasta $p = 19.947 \text{ kPa}$)

(c)

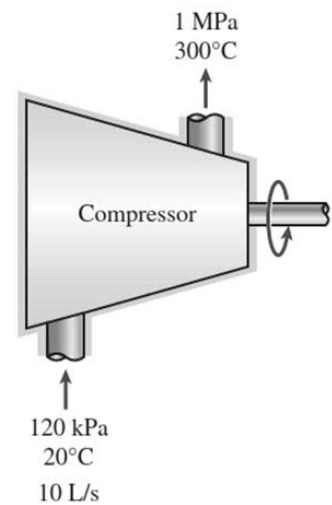
$$\dot{W}_p = \frac{\dot{m} \Delta h_{ps}}{\eta_{ps}} = \frac{\dot{m} v_3 (p_4 - p_3)}{\eta_{ps}} = \frac{20 \cdot 0.001017 \cdot (7000 - 20)}{0.8} = 177.5 \text{ kW}$$

$$(v_3 = v'(19.947 \text{ kPa}) = 0.001017 \text{ m}^3/\text{kg})$$

5. Adiabaattisesti toimivaan kompressoriin virtaa ilmaa 10 litraa/s paineessa 120 kPa ja lämpötilassa 20 °C. Kompressorin jälkeen ilman paine on 1 MPa ja lämpötila 300 °C. Määritä:

- (a) Kompressorin isentrooppinen hyötysuhde.
 (b) Kompressorin ottama teho.

Ilmalle: $M = 28.97 \text{ kg/kmol}$; $c_p = 1.02 \text{ kJ/(kg K)}$; $k = 1.39$.



(a)

$$\frac{T_{2s}}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k}$$

$$\rightarrow T_{2s} = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(k-1)/k} = 293 \cdot \left(\frac{1000}{120}\right)^{(1.39-1)/1.39} = 531.2 \text{ K}$$

$$\rightarrow \eta_s = \frac{h_{2s} - h_1}{h_2 - h_1} = \frac{T_{2s} - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{531.2 - 293}{573 - 293} = 0.85$$

(b)

Jotta massavirta saadaan määritettyä tilavuusvirrasta \dot{V}_1 , tarvitaan tiheys ρ_1 . Se saadaan ideaalikaasun tilanyhtälöstä:

$$\frac{p_1}{\rho_1} = RT_1 \rightarrow \rho_1 = \frac{p_1}{RT_1} = \frac{120000}{287 \cdot 293} = 1.427 \text{ kg/m}^3 \quad \left(R = \frac{R_u}{M_i} = 287 \text{ J/(kg K)}\right)$$

$$\rightarrow \dot{m} = \rho_1 \dot{V}_1 = 1.427 \cdot \frac{10}{1000} = 0.01427 \text{ kg/s}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \dot{W} &= \dot{m}(h_2 - h_1) = \dot{m}c_p(T_2 - T_1) \\ &= 0.01427 \cdot 1.02 \cdot (300 - 20) = 4.08 \text{ kW} \end{aligned}$$