



Ei kirjoja, ei muistiinpanoja, ei laskinta.

Kysymys 1.

Etsi Greenin funktio alkuarvotehtävälle

$$y'' - y = f(x), \quad y(0) = y'(0) = 0$$

toisin sanoen sellainen funktio G , että ratkaisu on muotoa

$$y(x) = \int_0^x G(x, u) f(u) du.$$

Kysymys 2.

Etsi kaksi ensimmäistä termiä sarjasta, joka on ei-vakio ratkaisu differentiaaliyhtälölle

$$\left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = \frac{1}{y} - 1, \quad y(0) = 1$$

Kysymys 3.

Etsi matriisieksponentiaali systeemille

$$\frac{dx}{dt} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$$

käyttäen joko ominaisarvomenetelmää tai Cayley-Hamiltonin lausetta.

Kysymys 4.

Luokittele systeemin

$$x' = y^2 - 1$$

$$y' = x^3 - y$$

tasapainopisteet.

Kysymys 5.

Numeerinen menetelmä

$$y_{k+1} = y_k + \frac{h}{2} [f(x_k, y_k) + f(x_{k+1}, y_{k+1})]$$

missä $x_j = x_0 + jh$, $y_j = y(x_j)$, käytetään ratkaisemaan differentiaaliyhtälöä $y' = f(x, y)$.

Näytä, että menetelmän kertaluku on 2.