

73050 Tilastomatematiikka

Tentti 4.9.2000

HUOM. Kokeessa saa käyttää laskimia ja jaettua kaavakokoelmaa.

1. Olkoon $P(A) = 0.6$ ja $P(A \cup B) = 0.8$. Laske $P(B)$, kun
 - a) $A \cap B = \emptyset$
 - b) A ja B ovat riippumattomia
 - c) $P(A|B) = 0.5$.

2. Satunnaismuuttuja x ilmoittaa kruunujen lukumäärän 676:ssa rahanheitossa.
 - a) Laske x :n odotusarvo ja varianssi.
 - b) Arvioi todennäköisyyttä $P(299 \leq x \leq 377)$ Tsebyševin epäyhtälön avulla.

3. Talossa on järjestelmä, joka päälle kytkettynä asukkaiden poissa ollessa sytyttää ja sammuttaa valot satunnaisesti kerran tunnissa. Olkoon y aika, jolloin valot sytytetään ja x aika, jolloin ne sammutetaan. Ajat lasketaan joka tunnin alusta. Systemi on suunniteltu niin, että (x,y) noudattaa yhteisjakaumaa, jonka tiheysfunktio on $f(x,y) = 8xy$, $0 < y < x < 1$.
 - a) Laske todennäköisyys, että kun järjestelmä on kytketty päälle, valot syttyvät puolen tunnin kuluessa ja sammuvat sitten vartin sisällä.
 - b) Muodosta marginaalijakaumien x ja y tiheysfunktiot.

4. Satunnaismuuttujasta $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ on otettu 25 kappaleen otos. Otoskeskiarvoksi ja otosvariانسsiksi saatiin: $\bar{x} = 1.472$, $s^2 = 0.0081$. Testaa
 - a) nollahypoteesi $H_0: \mu = 1.5$ vaihtoehtoa $H_1: \mu \neq 1.5$
vastaan
 - b) nollahypoteesi $H_0: \sigma^2 = 0.0050$ vaihtoehtoa $H_1: \sigma^2 > 0.0050$
vastaankumpikin riskitasolla 0,05.

5. Aikaisemman perusteella tiedetään, että 20% polkupyöräilijöistä käyttää kypärää. Tutkijan intressissä on osoittaa, että kypärän käyttö on lisääntynyt. Hän suorittaa tilastollisen tutkimuksen ja huomaa, että 54 pyöräilijän otoksessa 16 käytti kypärää.
Voidaanko tämän perusteella sanoa, että kypärän käyttö on lisääntynyt 5%:n riskitasolla?

Mitä tässä tapauksessa tarkoittavat I lajin ja II lajin virhe eli hylkäämisvirhe ja hyväksymisvirhe?