

Ei omia taulukoita, kirjallisuutta, muistiinpanoja, laskimia.
Kirjoita papereihin nimesi, opintonumerosi ja koulutusohjelmasi.

1. Laske homogeenisen ($\rho = 1$) puolipallon

$$V = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\}$$

painopiste.

$$\text{Vihje: } mz_0 = \iiint_V z \rho(x, y, z) dv$$

2. Laske ruuvipinnan

$$S: \mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v) = (u \cos v, u \sin v, v), 0 \leq u \leq 1, 0 \leq v \leq \pi$$

massa, kun pintatiheys on $\rho(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y^2}$.

3. Käyrä C on kolmio, jonka kärkipisteet ovat $\mathbf{r}_0 = (0, 0, 0)$, $\mathbf{r}_1 = (0, 0, 1)$ ja $\mathbf{r}_2 = (1, 0, 0)$.
Käyrän C kiertosuunnan saat valita itse. Laske käyräintegraali

$$\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}, \text{ missä } \mathbf{F} = (x - y, z, x^2)$$

- a) suoraan käyräintegraalina, b) käyttämällä Stokesin kaavaa.

4. Laske Gaussin lauseen avulla vektorikentän

$$\mathbf{F} = (1, x^2y, z^2)$$

vuo kuution $K = \{(x, y, z) : -1 \leq x, y, z \leq 1\}$ pinnan läpi.

5. Mikä ehto vakiovektoreiden \mathbf{a} ja \mathbf{b} on toteutettava, jotta $\mathbf{F} = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{r})\mathbf{b}$ olisi pyörteetön?