

73035 Insinöörimatematiikka 2

Tentti 7.5.1997

(Vanhan matematiikan suorittajat:

Matematiikka 2a; ratkaise tehtävät 1 ja 2

Matematiikka 2b; ratkaise tehtävät 3 ja 4)

1. Laske sen pyörähdyskappaleen tilavuus, joka muodostuu käyrän

$$y = \sqrt{x} e^{-2x}$$

ja suoran $x=1$ ja x -akselin rajoittaman alueen pyörähtäessä x -akselin ympäri.

2. Laske 0.00001 tarkkuudella integraali

$$\int_0^{1/2} \frac{1}{1+t^4} dt$$

Vihje: $(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \frac{\alpha(\alpha-1)}{2!} x^2 + \frac{\alpha(\alpha-1)(\alpha-2)}{3!} x^3 + \dots$ ($|x| \leq 1, \alpha \in \mathbb{R}$)

3. Ratkaise alkuarvoprobleema

$$y'' + y = \frac{1}{\sin x}; \quad y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0, \quad y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$$

Vihje:

$$y(x) = c_1(x)y_1(x) + c_2(x)y_2(x)$$

$$\begin{cases} c_1'(x)y_1(x) + c_2'(x)y_2(x) = 0 \\ c_1'(x)y_1'(x) + c_2'(x)y_2'(x) = f(x) \end{cases}$$

4. Määrä matriisimenetelmällä (determinanttimenetelmällä) differentiaaliyhtälöryhmän

$$\begin{cases} x' = x - y \\ y' = x + y \end{cases}$$

yleinen ratkaisu. Määrä alkuehdot $x(0) = 0, y(0) = 2$ toteuttava ratkaisu. (Ratkaisu eliminointimenetelmällä tuottaa korkeintaan 4 pistettä)