

### 7303001 Perusmatematiikka 1

Tentti + välitentin uusinta 21.12.2000

Kukin voi osallistua yhteen välitentin uusintaan ja/tai tenttiin.

- Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.
- Kirjoita papereihin nimesi ja numerosi.

**Ilmoita selkeästi, mitä välitenttiä uusit. Paperi käsitellään muuten pelkkänä tenttinä.**

Välitenttiin 1 kuuluvat tehtävät 1 ja 2, välitenttiin 2 kuuluvat tehtävät 3 ja 4,  
välitenttiin 3 kuuluvat tehtävät 5 ja 6 ja välitenttiin 4 kuuluvat tehtävät 7 ja 8.

#### Varsinainen tentti (tehtävät 1, 2, 3, 6 ja 8)

1. Olkoon  $g(x) = 5x^2 - 1$ .
  - a) Laske käyrän  $y = g(x)$  pisteeseen  $(1, 4)$  asetetun tangenttisuoran kulmakerroin erotusosamäärän raja-arvona  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ .
  - b) Missä pisteessä a-kohdan tangenttisuora leikkaa x-akselin.
  - c) Määritä raja-arvo  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{g(\sqrt{x})}{g(x)}$ .
2.
  - a) Ratkaise yhtälö  $\cos(3x) = \frac{1}{2}$ . (kaikki ratkaisut!).
  - b) Olkoon  $\tan(\alpha) = -3/2$ . Missä ympyrän neljänneksissä kulma  $\alpha$  voi olla? Määritä lisäksi  $\sin(\alpha)$  ja  $\cos(\alpha)$ .
3.
  - a) Laske funktion  $f$  derivaatta, kun  $f(x) = 3x^5 + \frac{x}{\sin(2x)}$ .
  - b) Laske integraali  $\int (5x^3 + \cos(x) + 3) dx$

6. Olkoon  $f(x) = 4e^{-2x}$ .

- a) Määritä pinta-ala, jonka rajaavat käyrä  $y = f(x)$ , x-akseli, y-akseli ja suora  $x = a$ ,  $a \geq 0$ .
- b) Millä  $a$ :n arvolla a-kohdan pinta-ala on 1?

8. Olkoon  $z = -i$ .

- a) Esitä  $z$  polaarisisä muodossa.
- b) Yksi  $z$ :n kolmansista juurista on  $i$ . Etsi loput. Piirrä kuva!
- c) Laske kaikkien juurien summa.

Lisätehtävät välitentin uusintoja varten. Eivät kuulu tenttiin.

4. Etsi funktion  $f(x) = 5x^3 - 3x^5$  lokaaliset maksimit ja minimi sekä määritä suurin ja pienin arvo välillä  $[-1, 2]$ .
5. Ratkaise yhtälöt
  - a)  $e^{3x + \ln 3} = 3$
  - b)  $\frac{\ln(2x)}{\ln(x)} = 2$
  - c)  $\ln(2^x) - \ln(2) = \ln(2^2)$
7. Paraabeli  $y = \frac{1}{4}x^2$  kulkee pisteen  $P:(4,4)$  kautta. Mikä on paraabelin polttopiste  $F$ ? Määritä vektori  $\overrightarrow{FP}$  ja sen pituus. Polttopisteestä lähtevä säde heijastuu paraabelista. Laske heijastuvan säteen suuntaisen vektorin ja vektorin  $\overrightarrow{FP}$  välisen kulman kosini. (vihje:  $y = \frac{1}{4c}x^2$ )