

25211 VIRTAUSTEN NUMEERINEN LASKENTA
Tentti 10.2.2003

Tentissä saa käyttää kurssikirjaa (Ferziger, J. H. & Perić, M., *Computational Methods for Fluid Dynamics*) ja luentomonistetta (Ahlstedt, H., *Virtausten numeerinen laskenta, luentokalvot, 2/00, 2000* tai vastaava vanhempi moniste). Harjoitustehtäviä ratkaisuihin ei saa käyttää.

(5 pist./tehtävä)

1. Selitä seuraavat kohdat (yritä välttää kohtuuttoman pitkiä vastauksia):
 - a) Likiarvon kertaluku ja sen vaikutukset
 - b) Paineen laskenta (yhtälöt, reunaehdot jne)
 - c) Säilyvyyden merkitys ja mahdolliset ongelmat
 - d) Keskidifferenssin stabiilisuus
 - e) Monihilamenetelmät
 - f) Aika-askeleen valinta
 - g) Seinämäyhtälöiden käyttö ja käyttöalue
 - h) Laskentaverkon valinta

2. Arvioi $\cos x$, $\sin x$ ja e^x ensimmäisiä ja toisia derivaattoja numeerisesti kohdassa $x = 0$ ensimmäisen tai toisen kertaluvun ja korkeamman kertaluvun etu-, taka- ja keskidifferensseillä. Käytä arvoa $\Delta x = 0, 1$.

3. Johda yhtälöt
 - a) (5.49) ja (5.50) Ferziger-Perić s. 100,
 - b) (6.47) s. 141 ja
 - c) (8.5) s. 219.

4. Kaksiulotteisessa virtauksessa muuttujaa ϕ hallitsee yhtälö

$$\frac{\partial(\rho u \phi)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v \phi)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \alpha - \beta \phi$$

missä $\rho = 1$, $\Gamma = 1$, $\alpha = 10$, $\beta = 2$ ja reunaehdot on esitetty kuvassa. Nopeuskenttä on kaikkialla $u = 1$ ja $v = 4$. Käytä kuvan mukaista tasajakoista laskentaverkkoa ($\Delta x = \Delta y = 1$) ja laske muuttujan ϕ arvot pisteissä 1, 2, 3 ja 4 käyttäen

- keskidifferenssiä
- ylävirtakaavaa
- Arvioi edellä olevien differenssiakaavojen soveltuvuutta tehtävän ratkaisuun ja onko olemassa parempia vaihtoehtoja?

