TTY/Teknillinen mekaniikka ja optimointi

23520 LUJUUSOPIN PERUSTEET II

Välikoe 1 /2003S 26.9.2003

1. Rakenteen erään pisteen suurin pääjännitys on 6 MPa. Lisäksi tiedetään jännitystilan kahden pääinvariantin arvo $I_1 = 4 \text{ MPa}$ ja $I_2 = -20 \text{ MPa}^2$. Määritä muut pääjännitykset sekä normaali- ja leikkausjännitys tasossa, jonka normaali muodostaa 53 asteen kulman suurimman pääjännityksen suunnan kanssa ja 72,5 asteen kulman toiseksi suurimman pääjännityksen suunnan kanssa.

2. Rakenteen erään pisteen jännitystila on

$$\sigma_{xx} = 6 \text{ MPa} \qquad \sigma_{yy} = 0 \qquad \sigma_{zz} = -13{,}5 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = -10 \text{ MPa} \qquad \tau_{yz} = 15 \text{ MPa} \qquad \tau_{xz} = 0$$

Määritä jännitystilan pääinvariantit ja pääjännitykset sekä pienintä pääjännitystä vastaava pääsuunta.

KAAVOJA

$$\begin{aligned}
\sigma_{xx},_x + \tau_{xy},_y + \tau_{xz},_z + F_x &= 0 \\
\tau_{xy},_x + \sigma_{yy},_y + \tau_{yz},_z + F_y &= 0 \\
\tau_{xz},_x + \tau_{yz},_y + \sigma_{zz},_z + F_z &= 0
\end{aligned}$$

$$[S] = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \qquad l_i = \frac{A_i}{R_i}, \quad m_i = \frac{B_i}{R_i}, \quad n_i = \frac{C_i}{R_i}$$

$$\{p_\alpha\} = [S]\{e_\alpha\} \qquad \sigma_\alpha = \{e_\alpha\} \cdot [S]\{e_\alpha\} \qquad [S]' = [Q]^T [S][Q] \qquad \sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0$$

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \qquad I_2 = \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xz} \\ \tau_{xz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{vmatrix} \qquad I_3 = \det[S]$$

$$A_i = \begin{vmatrix} \sigma_{yy} - \sigma_i & \tau_{yz} \\ \tau_{yz} & \sigma_{zz} - \sigma_i \end{vmatrix} \qquad B_i = -\begin{vmatrix} \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yz} & \sigma_{zz} - \sigma_i \end{vmatrix} \qquad C_i = \begin{vmatrix} \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \sigma_{yy} - \sigma_i & \tau_{yz} \end{vmatrix} \qquad R_i = \sqrt{A_i^2 + B_i^2 + C_i^2}$$

$$\tau_\alpha^2 = p_\alpha^2 - \sigma_\alpha^2$$