TTKK/K TME

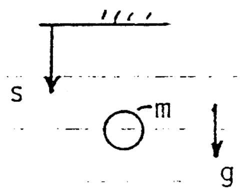
23120 Dynamiikan perusteet

15.5.1996 / P.H.

2. välikoe, tehtävät 2, 3, 4 (3 h)
Tentti, tehtävät 1, 2, 3, 4 (3 h)

Kirjallisuutta ja muistiinpanoja **ei saa** pitää esillä.

Jokaiseen vastauspapereriin on kirjoitettava oma nimikirjoitus, NIMEN SELVENNYS, opiskelija-numero, osasto ja vuosikurssi.



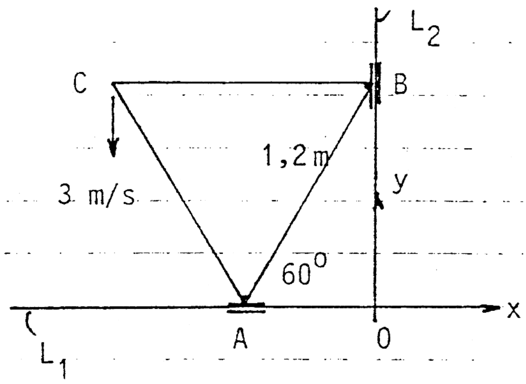
1. Partikkeli, jonka massa m = 3 kg, päästetään putoamaan levosta kohdasta s = 1 m hetkellä t = t_0 . Väliaineen vastus on 3 v^2 . Pienellä aikavälillä t - t_0 paikka voidaan likimäärin laskea Taylorin sarjan

$$s = s_0 + \dot{s}_0(t-t_0) + \frac{\ddot{s}_0}{2!}(t-t_0)^2 + \frac{\dddot{s}_0}{3!}(t-t_0)^3 + \ldots$$

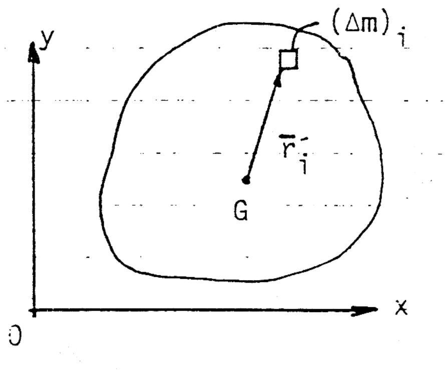
avulla.

a) Piirrä vapaakappalekuva putoavasta partikkelista, kirjoita liikeyhtälö ja sen alkuehdot.

b) Määritä kertoimet $\dot{s}_0$, $\ddot{s}_0$ ja $\dddot{s}_0$ yo. Taylorin sarjaan.



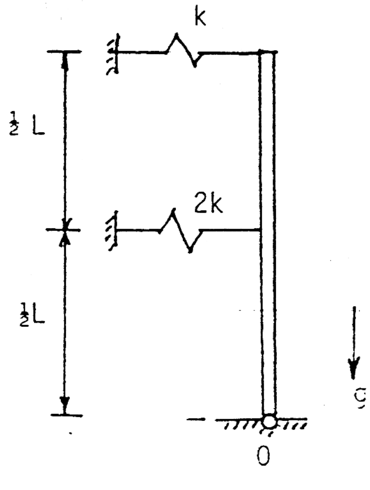
2. Oheista tasasivuisen kolmion nurkkaa C siirretään alaspäin nopeudella v_c = 3 m/s ja nurkat A ja B liukuvat suorille L_1 ja L_2 vastaavasti. Määritä $\bar{v}_A$ ja $\bar{v}_B$ kuvan asemassa.



3. Jäykkä tasolevy on yleisessä tasoliikkeessä. Johda tasolevyn liike-energian lauseke

$$T = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2 .$$

G on massakeskus.



4. Homogeeninen taspaksu jäykkä palkki, jonka massa on m, on tuettu oheisen kuvan mukaisesti. Jousien jäykkyysvakiot ovat k ja 2k ja palkin rotaatiokulma θ on pieni. Määritä systeemin

a) liikeyhtälö huomioon ottamatta palkin painoa

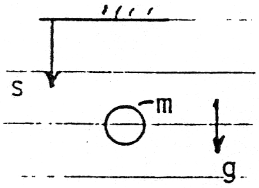
b) liikeyhtälö huomioon ottaen palkin paino

c) ominaiskulmanopeus ω. Millä k:n arvolla $\omega \in \mathbb{R}$?

d) Ratkaise liikeyhtälö alkuehdoilla $\theta(0) = \theta_0$, $\dot{\theta}(0) = 0$

TTKK/K THE
23120 Dyn.-per.

1. Partikkeli, jonka massa m = 3 kg, päästetään putoamaan levosta kohdasta s = 1 m hetkellä $t = t_0$. Väliaineen vastus on $3\,v^2$. Pienellä aikavälillä $t - t_0$ paikka voidaan likimäärin laskea Taylorin sarjan



$$s = s_0 + \dot{s}_0(t-t_0) + \frac{\ddot{s}_0}{2!}(t-t_0)^2 + \frac{\dddot{s}_0}{3!}(t-t_0)^3 + \dots$$

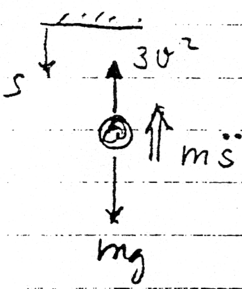
avulla.

a) Piirrä vapaakappalekuva putoavasta partikkelista, kirjoita liikeyhtälö ja sen alkuehdot.

b) Määritä kertoimet $\ddot{s}_0$, $\dddot{s}_0$ ja $\ddddot{s}_0$ yo. Taylorin sarjaan.

Ratk.

a)



$\uparrow \quad m\ddot{s} + 3v^2 - mg = 0$

AE. $t = t_0 \;\left|\; \begin{aligned} s &= s_0 = 1 \\ \dot{s} &= v_0 = 0 \end{aligned}\right.$

b) $m\ddot{s}_0 + 0 - mg = 0 \Rightarrow \ddot{s}_0 = g$

$m\dddot{s}_0 + 6v_0\dot{v}_0 = 0$ ja $v_0 = 0 \Rightarrow \dddot{s}_0 = 0$

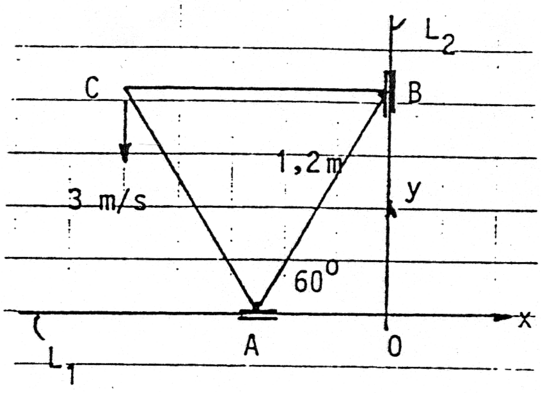
$m\ddddot{s}_0 + 6\dot{v}_0^2 + 6v_0\ddot{v}_0 = 0$ ja $\dot{v}_0 = \ddot{s}_0 = g$ ja $\ddot{v}_0 = \dddot{s}_0 = 0$

ja $m = 3$ kg $\Rightarrow \ddddot{s}_0 = -\frac{1}{m}(6\cdot g^2 + 0) = -2g^2$

$$s = 1 + \frac{g}{2!}(t-t_0)^2 - \frac{2g^2}{4!}(t-t_0)^4 + \dots$$

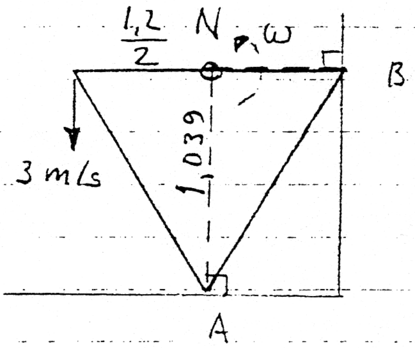
14.5.96 RH

TTKK/K THE
23120 Dyn. per.



2. Oheista tasasivuisen kolmion nurkkaa C siirretään alaspäin nopeudella $v_c = 3$ m/s ja nurkat A ja B liukuvat suorille L_1 ja L_2 vastaavasti. Määritä $\bar{v}_A$ ja $\bar{v}_B$ kuvan asemassa.

Ratk.



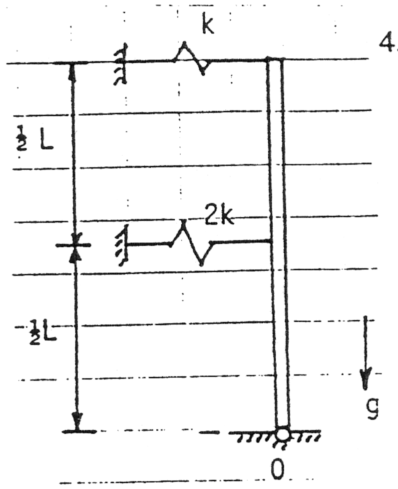
$$\omega \cdot \frac{1,2}{2} = 3 \Rightarrow \underline{\omega} = \frac{2}{1,2} \cdot 3 = \underline{5\ \frac{1}{s}} \circlearrowleft$$

$$\omega \cdot 1,039 = v_A \Rightarrow \underline{v_A = 5,195\ \frac{m}{s}} \rightarrow$$

$$\omega \cdot 0,6 = v_B \Rightarrow \underline{v_B = 3,0} \ \text{''} \uparrow$$

14.5.96 [signature]

TTKK/K TME
23120 Dyn.-per.



4. Homogeeninen taspaksu jäykkä palkki, jonka massa on m, on tuettu oheisen kuvan mukaisesti. Jousien jäykkyysvakiot ovat k ja 2k ja palkin rotaatiokulma θ on pieni. Määritä systeemin

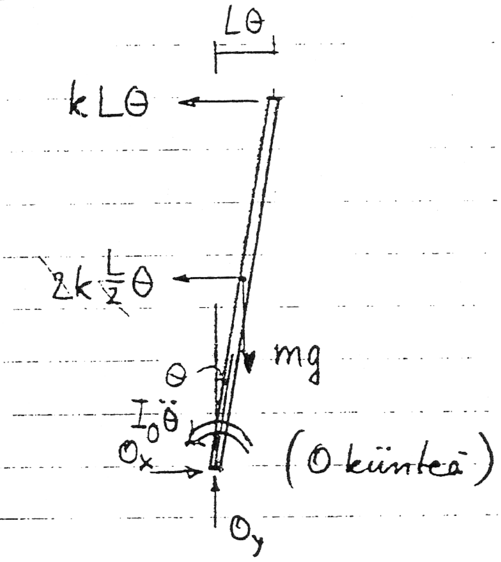
a) liikeyhtälö huomioon ottamatta palkin painoa

b) liikeyhtälö huomioon ottaen palkin paino

c) ominaiskulmanopeus ω. Millä k:n arvolla $\omega \in \mathbb{R}$?

d) Ratkaise liikeyhtälö alkuehdoilla $\theta(0) = \theta_0$, $\dot\theta(0) = 0$

Ratk.



a) $mg = 0$

$\circlearrowleft O)$ $I_0\ddot\theta + kL\theta\frac{L}{2} + kL\theta L = 0$

$$\underline{I_0\ddot\theta + kL^2\theta = 0}$$

b) $mg > 0$

$\circlearrowleft O)$ $I_0\ddot\theta + kL^2\theta - mg\frac{L}{2}\theta = 0$

$$I_0\ddot\theta + \left(kL^2 - mg\frac{L}{2}\right)\theta = 0$$

c) Ominaiskulmanopeus b)-kohdasta (tarkempi kuin a)).

$$\omega = \sqrt{\frac{kL^2 - mg\frac{L}{2}}{I_0}}$$

$\omega \in \mathbb{R}$, kun $kL^2 - mg\frac{L}{2} > 0$ eli $\underline{k \geq \frac{mg}{2L}}$.

d) $\theta = A\sin\omega t + B\cos\omega t$; $\theta_0 = 0 + B \Rightarrow \underline{B = \theta_0}$

$\dot\theta = A\omega\cos\omega t - B\omega\sin\omega t$; $0 = A\omega - 0 \Rightarrow \underline{A = 0}$

$$\underline{\theta = \theta_0\cos\omega t}$$

14.5.96 [signature]