

1. Kuvan pilari ($E = 120 \text{ GPa}$) on valmistettu kahdesta 50 cm pitkstä seinämältään yhtä paksusta sisäkkäin menevästä putkesta liimaamalla ne matkalta s yhteen. Liimaliitoksen suurin sallittu leikkausjännitys on 7 MPa ja putkien materiaalin suurin sallittu normaalijännitys on 35 MPa.

- Määritä pienin mahdollinen putkien seinämän paksuus t .
- Laske minimissään tarvittava liimaliitoksen pituus.
- Paljonko pilari lyhenee voiman 23 kN vaikutuksesta, jos liitoksen pituus on edellä laskettu?

a)

$N = 23 \text{ kN}$	$\sigma_{sall} = 7 \text{ MPa}$
$d = 50 \text{ mm}$	$L = 50 \text{ cm}$
$\sigma_{sall} = 35 \text{ MPa}$	$E = 120 \text{ GPa}$

Sisempi putki:

$$A_1 = \frac{\pi}{4}(d^2 - d_1^2) \quad \sigma_{sall} = \frac{N}{A_1} \quad \Rightarrow \quad d_1 = \sqrt{d^2 - \frac{4N}{\pi \sigma_{sall}}}$$

$$\Rightarrow d_1 = 40,8 \text{ mm} \quad \text{ja} \quad t_1 = 4,6 \text{ mm}$$

Ulompi putki:

$$\therefore \underline{t = 4,6 \text{ mm}}$$

$$A_2 = \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d^2) \quad \sigma_{sall} = \frac{N}{A_2} \quad \Rightarrow \quad d_2 = \sqrt{d^2 + \frac{4N}{\pi \sigma_{sall}}}$$

$$\Rightarrow d_2 = 57,8 \text{ mm} \quad \text{ja} \quad t_2 = 3,9 \text{ mm}$$

b)

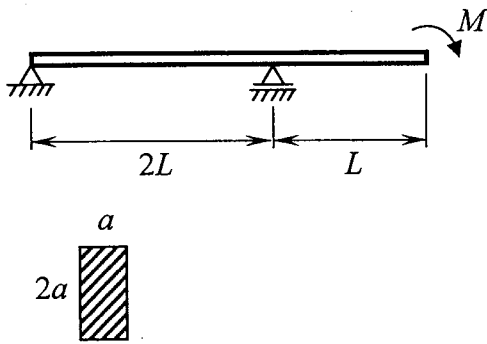
$$\tau = \frac{Q}{A} \quad \Rightarrow \quad \tau_{sall} = \frac{N}{\pi d s} \quad \Rightarrow \quad \underline{s = \frac{N}{\pi d \tau_{sall}} = 20,9 \text{ mm}}$$

c) sisempi putki: $\Delta L_1 = \frac{NL_1}{EA_1} = \frac{N(L-s)}{E \cdot \frac{\pi}{4}(d^2 - (d-2t)^2)} = 0,140 \text{ mm}$

pöällekkäiset putket: $\Delta L_3 = \frac{Ns}{E(A_1 + A_2)} = 0,066 \text{ mm}$

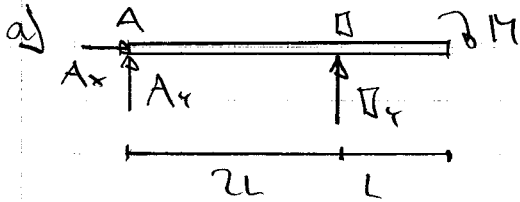
Ulompi putki: $\Delta L_2 = \frac{NL_2}{EA_2} = \frac{N(L-s)}{E \cdot \frac{\pi}{4}((d+2t)^2 - d^2)} = 0,116 \text{ mm}$

$$\therefore \underline{\underline{\Delta L = \Delta L_1 + \Delta L_2 + \Delta L_3 = 0,322 \text{ mm}}}$$

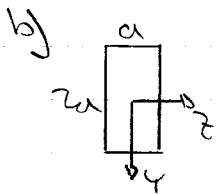
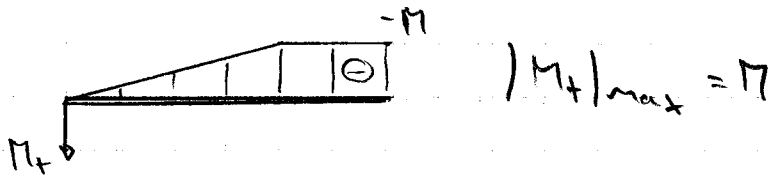


2. Kuvan poikkileikkaukseltaan suorakaidetta palkkia rasittaa voimaparin momentti $M = 60 \text{ Nm}$. $L = 1 \text{ m}$, $E = 210 \text{ GPa}$ ja $R_e = 235 \text{ MPa}$.

- Piirrä palkin taivutusmomenttikuvio.
- Mitä mitan a tulisi olla, jos halutaan varmuudeksi myöhdön suhteen 1,5?
- Paljonko ulokkeen pää taipuu b)-kohdassa laske-
tulla mitalla a ?

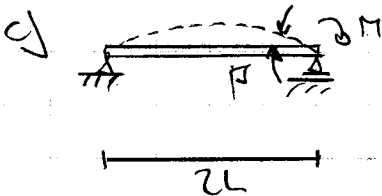


$$\begin{aligned} \rightarrow A_x &= 0 \\ \curvearrowright M - B_y \cdot 2L &= 0 \Rightarrow B_y = \frac{M}{2L} \\ \uparrow A_y + B_y &= 0 \\ \Rightarrow A_y &= -\frac{M}{2L} \end{aligned}$$

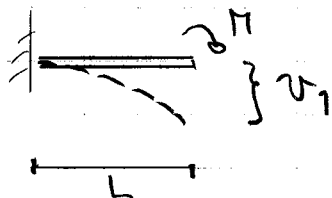


$$I_z = \frac{(2a)^3 a}{12} = \frac{2}{3} a^4 \Rightarrow W = \frac{I_z}{a} = \frac{2}{3} a^3$$

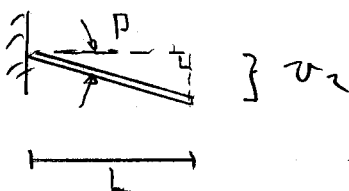
$$\frac{R_e}{n} = \frac{|M|_{\max}}{W} = \frac{M}{\frac{2}{3} a^3} \Rightarrow \underline{\underline{a = \sqrt[3]{\frac{3nM}{2R_e}} = 8,7 \text{ mm}}}$$



$$F = \frac{M(2L)}{2EI}$$

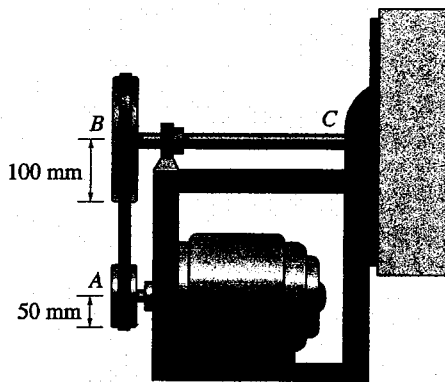


$$v_1 = \frac{ML^2}{2EI}$$



$$v_2 = PL = \frac{2ML^2}{2EI}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{v = v_1 + v_2 = \frac{7ML^2}{6EI} = 104,7 \text{ mm}}}$$



3. Moottorin tuottama teho on 37,5 kW ja pyörimisnopeus vakio 1350 kierrosta minuutissa. Moottori pyörittää umpinaista akselia BC pyörien A ja B ympäri kulkevan hihnan välityksellä. Laske pienin mahdollinen akselin BC halkaisija täysinä millimetreinä, kun sen suurin sallittu leikkausjännitys on $\tau_{\max} = 85 \text{ MPa}$.

$$P = 37,5 \text{ kW}$$

$$n = 1350 \text{ rpm}$$

$$\tau_{\max} = 85 \text{ MPa}$$

$$r_A = 50 \text{ mm}$$

$$r_B = 100 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow \omega_A = 1350 \cdot \frac{2\pi}{60} = 141,37 \text{ 1/s}$$

Hihnan nopeus $v = r_A \omega_A = r_B \omega_B$

$$\Rightarrow \omega_B = \frac{r_A}{r_B} \omega_A = 70,69 \text{ 1/s}$$

$$P = T\omega$$

$$\Rightarrow T_B = P / \omega_B = 530,49 \text{ Nm}$$

$$\tau_{\max} = \frac{T}{W_r}$$

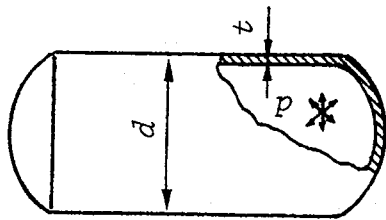
$$W_r = \frac{\pi}{16} d^3$$

\Rightarrow

$$\tau_{\max} = \frac{T_B}{\frac{\pi}{16} d^3}$$

$$\Rightarrow d = \sqrt[3]{\frac{16 T_B}{\pi \tau_{\max}}} = 37,68 \text{ mm}$$

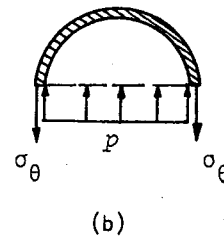
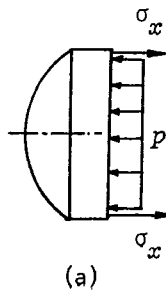
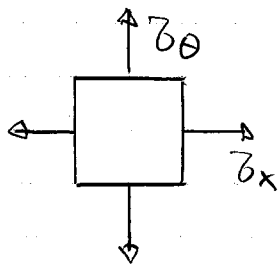
eli $d = 32 \text{ mm}$



4. Kuvan lieriön muotoisen paineastian vaipan keskihalkaisija on $d = 0,5 \text{ m}$ ja seinämän paksuus t . Säiliö on tehty teräksestä S355 ja sen sisällä on ylipainetta 10 bar ($1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$).

- Piirrä säiliön seinämän jonkin pisteen (ei päädyssä) jännityselementti ja määritä sen jännityskomponenttien lausekkeet. Oletetaan, että seinämässä on tasojännitystila.
- Miten vahvasta levystä säiliö tulisi tehdä, jos vakiovääritysemäärihypoteesin mukainen vertailujännitys ei saa ylittää myötörajaa varmuudella 2. Säiliön päätyjen aiheuttamia häiriöitä jännitystilakentässä ei huomioida.

a)



$$\rightarrow \sigma_x \cdot \pi d t - p \cdot \pi \frac{d^2}{4} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\sigma_x = \frac{p d}{4 t}$$

$$\uparrow -\sigma_\theta \cdot 2 t L + p \cdot d L = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\sigma_\theta = \frac{p d}{2 t}$$

b) σ_x ja σ_θ pääjännityksiä

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{vekt/vekt}} &= \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2} = \sqrt{\left(\frac{p d}{2 t}\right)^2 + \left(\frac{p d}{4 t}\right)^2 - \left(\frac{p d}{2 t}\right)\left(\frac{p d}{4 t}\right)} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{p d}{t} \end{aligned}$$

$$\sigma_{\text{vekt/vekt}} = \frac{R_e}{n} \quad \Rightarrow \quad \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{p d}{t} = \frac{R_e}{n}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{t = \frac{\sqrt{3} p d n}{4 R_e} = 7,2 \text{ mm}}}$$