

1. Kuvan rakenteen poikkileikkaukseltaan pyöreän sauvan AB ja ruuvien A, B ja C materiaali on terästä S355 ($R_m = 490 \text{ MPa}$).

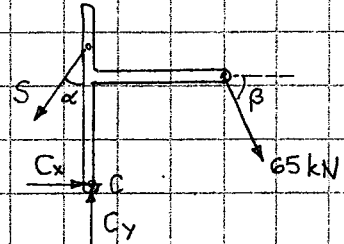
a) Mitoita sauvan AB halkaisija niin, että varmuus myötöön nähden on 2,5.

b) Mitoita ruuvien A, B, ja C halkaisijat niin, että varmuus murtoon nähden on 3,5. Oletetaan, että $\tau_B = 0,6R_m$.

$$S355 \Rightarrow R_e = 355 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sall} = \frac{R_e}{n} = \frac{355 \text{ MPa}}{2,5} \approx 142 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{sall} = \frac{S}{\frac{\pi}{4} D^2} \Rightarrow D^2 = \frac{4S}{\pi \sigma_{sall}}$$



$$\circlearrowleft + S \sin \alpha \cdot 4 - 65 \cos \beta \cdot 3 - 65 \sin \beta \cdot 6 = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{3}{5}, \cos \alpha = \frac{4}{5}$$

$$\sin \beta = \frac{12}{13}, \cos \beta = \frac{5}{13}$$

$$\Rightarrow S \cdot \frac{3}{5} \cdot 4 - 65 \cdot \frac{5}{13} \cdot 3 - 65 \cdot \frac{12}{13} \cdot 6 = 0$$

$$\Rightarrow S = 181,3 \text{ kN} \quad \Rightarrow D^2 = \frac{4 \cdot 181,3 \cdot 10^3 \text{ N}}{\pi \cdot 142 \text{ N/mm}^2} = 1625,6$$

$$\Rightarrow D \approx 40,3 \text{ mm}$$

$$S355: R_m = 490 \text{ MPa}, n = 3,5 \Rightarrow \tau_B = 0,6 \cdot R_m = 294 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow \tau_{sall} = \frac{\tau_B}{n} = \frac{294 \text{ MPa}}{3,5} \approx 84 \text{ MPa}$$

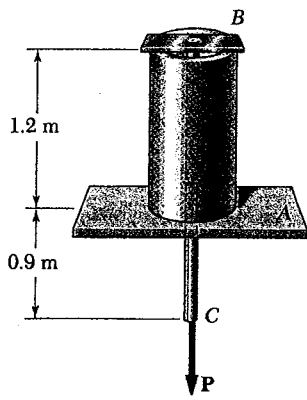
$$\rightarrow + C_x - S \sin \alpha + 65 \cos \beta = 0 \Rightarrow C_x = 181,3 \cdot \frac{3}{5} - 65 \cdot \frac{5}{13} \approx 83,78$$

$$\uparrow + C_y - S \cos \alpha - 65 \sin \beta = 0 \Rightarrow C_y = 181,3 \cdot \frac{4}{5} + 65 \cdot \frac{12}{13} \approx 205,04$$

$$\Rightarrow C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2} = \sqrt{83,78^2 + 205,04^2} \approx 221,5 \text{ kN}$$

$$d_c^2 = \frac{4 \cdot 221,5 \cdot 10^3 \text{ N}}{\pi \cdot 84 \text{ N/mm}^2} \approx 3354 \text{ mm}^2 \Rightarrow d_c \approx 57,9 \text{ mm} \quad \triangleleft$$

$$d_A^2 = \frac{4 \cdot 181,3 \cdot 10^3 \text{ N}}{\pi \cdot 84 \text{ N/mm}^2} \approx 2743 \text{ mm}^2 \Rightarrow d_A = d_B \approx 52,4 \text{ mm} \quad \triangleleft$$



2. Kuvan systeemi koostuu 1,2 m pitkstä jäykällä tasolla A lepäävästä alumiiniputkesta ($E_{Al} = 72 \text{ GPa}$, $\alpha_{Al} = 24 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ ja $A_{Al} = 1100 \text{ mm}^2$) sekä putken ja alustan reiän läpi menevästä 2,1 m pitkstä terässauvasta BC ($E_{Fe} = 200 \text{ GPa}$, $\alpha_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$ ja $d_{Fe} = 15 \text{ mm}$), joka on kiinnitetty hyvin jäykkään levyyn B.

- Laske pisteen C pystysiirtymä tasoon A nähden voimasta $P = 60 \text{ kN}$.
- Paljonko piste C siirtyy, jos voiman P lisäksi tapahtuu lämpötilan nousu $\Delta T = 50 \text{ }^\circ\text{C}$?

$$E_{Al} = 72 \text{ GPa}$$

$$\alpha_{Al} = 24 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$$

$$A_{Al} = 1100 \text{ mm}^2$$

$$L_{Al} = 1,2 \text{ m}$$

$$E_{Fe} = 200 \text{ GPa}$$

$$\alpha_{Fe} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/}^\circ\text{C}$$

$$d_{Fe} = 15 \text{ mm} \Rightarrow A_{Fe} = \frac{\pi}{4} d_{Fe}^2 = 176,7 \text{ mm}^2$$

$$L_{Fe} = 2,1 \text{ m}$$

a) $P = 60 \text{ kN}$

Putki lyhenee matkan $\Delta L_{Al} = \frac{PL_{Al}}{E_{Al} A_{Al}} = 0,97 \text{ mm}$

Sauva pitenee matkan $\Delta L_{Fe} = \frac{PL_{Fe}}{E_{Fe} A_{Fe}} = 3,57 \text{ mm}$

\Rightarrow pisteen C siirtymä $\Delta L_{Al} + \Delta L_{Fe} = 4,58 \text{ mm} \downarrow$

b) $P = 60 \text{ kN}$ ja $\Delta T = 50 \text{ }^\circ\text{C}$

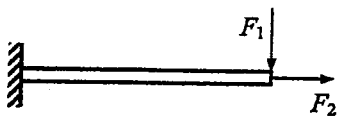
Voima P vaikuttaa kuten edelläkin, mutta ΔT :n takia lisäksi:

Putki pitenee matkan $\Delta \tilde{L}_{Al} = \alpha_{Al} L_{Al} \Delta T = 1,44 \text{ mm}$

Sauva pitenee matkan $\Delta \tilde{L}_{Fe} = \alpha_{Fe} L_{Fe} \Delta T = 1,26 \text{ mm}$

\Rightarrow pisteen C siirtymä $\Delta L_{Al} - \Delta \tilde{L}_{Al} + \Delta L_{Fe} + \Delta \tilde{L}_{Fe} = 4,30 \text{ mm}$

3. Oheisen 500 mm pitkän teräspalkin ($R_e = 355 \text{ MPa}$ ja $E = 210 \text{ GPa}$) poikkileikkaus on suorakaiteen muotoinen niin, että sen leveys $b = 50 \text{ mm}$. Voimat $F_1 = 100 \text{ kN}$ ja $F_2 = 300 \text{ kN}$ muodostavat kaksi eri kuormitustapaa. Ne eivät siis vaikuta samanaikaisesti, vaan kumpikin erikseen.

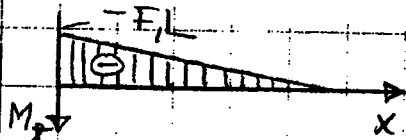


- a) Kuinka suuri palkin korkeuden tulisi olla, jotta varmuus myötöön nähden olisi 1,5 kummassakin kuormitustapauksessa?
 b) Miten suuri varmuusluku on myötön suhteen a)-kohdan korkeudella, jos kuormitukset vaikuttavatkin yhtä aikaa?

Leikkausvoiman vaikutusta ei tarvitse huomioida.

Kuormitustapaus 1:

$$\sigma_{\text{tmax}} = \frac{|M_{\text{max}}|}{W} = \frac{F_1 L}{bh^2/6} \leq \sigma_{\text{sall}} = \frac{R_e}{n}$$



$$\Rightarrow h_1 \geq \sqrt{\frac{6F_1 L n}{b R_e}} \approx 159,22 \text{ mm} \approx 159,3 \text{ mm}$$

Kuormitustapaus 2:

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{F_2}{bh} \leq \sigma_{\text{sall}} = \frac{R_e}{n}$$

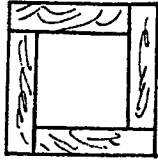
$$\Rightarrow h_2 \geq \frac{F_2 n}{b R_e} \approx 25,35 \text{ mm} \approx 25,4 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow h = \max(h_1, h_2) = \underline{\underline{159,3 \text{ mm}}}$$

Kuormitukset yhdessä:

$$\sigma_{\text{max}} = \frac{F_2}{bh} + \frac{F_1 L}{bh^2/6} \approx 274,1 \text{ MPa}$$

$$n = \frac{R_e}{\sigma_{\text{max}}} \approx \underline{\underline{1,29}}$$

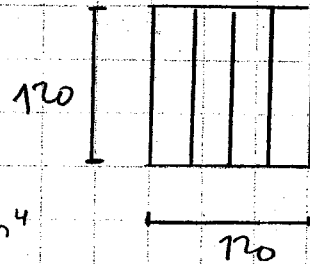


4. Molemmista päistä nivelellisesti tuettu 3,5 m pitkä pilari on tehty naulaamalla neljästä 30 mm × 120 mm laudasta ($E = 12$ GPa). Kummalla tavalla koottu pilari on nurjahduksen kannalta parempi ja miten suuri on sen nurjahdusvoima?

$$L_n = 3,5 \text{ m}, \quad E = 12 \text{ GPa}$$

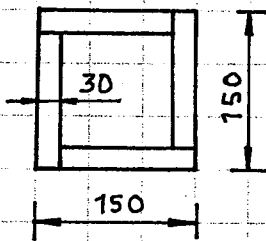
$$a) \quad P_{cr}^1 = \pi^2 \frac{EI}{L_n^2}$$

$$I^1 = \frac{120 \cdot 120^3}{12} = \frac{a^4}{12} = 17,28 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$



$$P_{cr} = \pi^2 \frac{12 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2 \cdot 17,28 \cdot 10^6 \text{ mm}^4}{3,5^2 \cdot 10^6 \text{ mm}^2} = 167,1 \text{ kN}$$

$$b) \quad I_1 = \frac{150^4}{12} - \frac{90^4}{12} = 36,72 \text{ mm}^4$$



$$\underline{P_{cr}^2} = \pi^2 \frac{EI}{L_n^2} = \underline{355,1 \text{ kN}} > 167,1 \text{ kN}$$

∴ b) tapa on parempi.