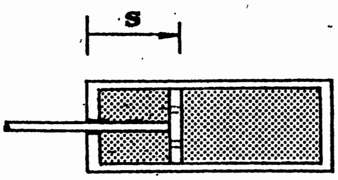
TTY/ Konstruktiotekniikan laitos
Teknillinen mekaniikka ja optimointi

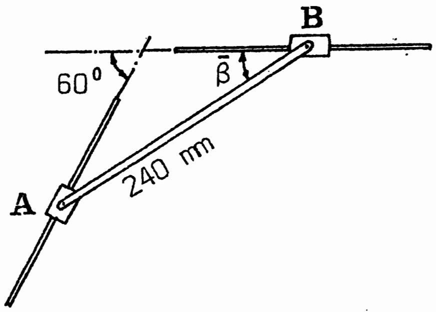
T4/ TME-1200 / K2010
Tapio Salmi

TME-1200 DYNAMIIKAN PERUSTEET

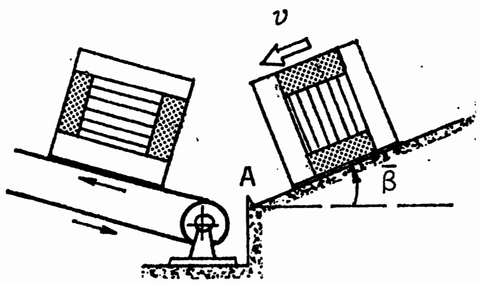
Tentti 4   8.11.2010



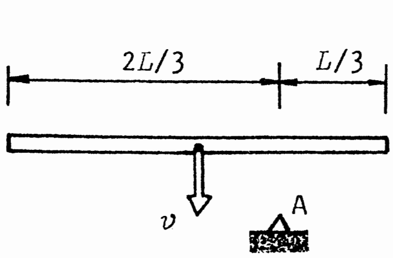
1. Mäntä liikkuu sylinterissä siten, että sen kiihtyvyys $a = -k\,v$, missä v on männän nopeus ja k on tunnettu vakio. Alkuhetkellä $v(0) = v_0$ ja $s(0) = 0$. Määritä männän nopeus $v(t)$ ja $s(v)$. Piirrä kuvaajat.



2. Luisti B liikkuu vasemmalle vakionopeudella 300 mm/s. Määritä sauvan AB liikkeen *nopeusnapa* ja laske sen avulla sauvan kulmanopeus ja luistin A nopeus hetkellä, jolloin kulma $\bar{\beta} = 30^\circ$.



3. Kuution muotoinen laatikko, jonka massa on $m = 40$ kg ja sivun pituus $c = 0{,}60$ m, liukuu pitkin kaltevaa tasoa. Laske laatikon pienin mahdollinen nopeus v, jotta laatikko kääntyisi jatkohihnalle kuvan asentoon. $\bar{\beta} = 25^\circ$



4. Tasapaksu ja homogeeninen palkki, pudotetaan ilman alkunopeutta vaakasuorasta asennosta korkeudelta h. Määritä palkin kulmanopeus ja massakeskiön nopeus heti törmäyksen jälkeen, kun törmäys on a) täysin kimmoton, ~~b) täysin kimmoinen.~~ Laske ~~kummassakin tapauksessa~~ palkin liike-energian muutos.

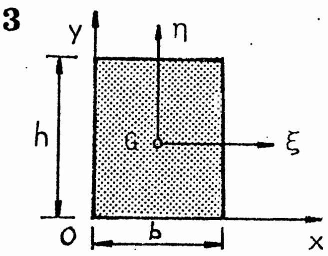
KÄÄNNÄ

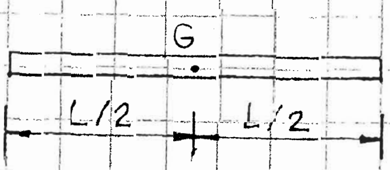
5. Valitse seuraavista vaihtoehdoista se yksi, joka mielestäsi on paras:

(1) Corioliskiihtyvyys on aina kappaleen kulmanopeusvektorin suuntainen.
(2) Partikkelin nopeusvektori ei ole koskaan radan tangentin suuntaan.
(3) Jos kappale on rotaatiossa vakiokulmanopeudella, niin kappaleen pisteen kiihtyvyysvektori on pisteen liikeradan tangentin suuntainen.
(4) Työlausetta ei voi käyttää, jos ulkoisissa voimissa on kitkavoimia.
(5) Kappaleiden sysäystehtävissä sysäyskerroin on aina pienempi tai yhtä suuri kuin yksi.
(6) Vaimenevassa harmonisessa värähdysliikkeessä suhteellinen vaimennuskerroin on aina suurempi kuin yksi.

Oikeasta vastauksesta saa +2 pistettä, väärästä -1 pisteen ja vastaamattomuudesta nollan.

$J_O \equiv J_{zz}$

3  suorakulmiolevy	levyn paksuus t $m = \rho b h t$ $x_G = \frac{1}{2} b$ $y_G = \frac{1}{2} h$ $z_G = 0$	$J_{xx} = \frac{1}{3} m h^2$ $J_{yy} = \frac{1}{3} m b^2$ $J_{zz} = \frac{1}{3} m(h^2 + b^2)$ $J_{\xi\xi} = \frac{1}{12} m h^2$ $J_{\eta\eta} = \frac{1}{12} m b^2$ $J_{\zeta\zeta} = \frac{1}{12} m(h^2 + b^2)$	$J_{xy} = \frac{1}{4} m b h$ $J_{\xi\eta} = 0$



$J_G = \frac{1}{12} m L^2$

TTKK/TME
23120 DYNAMIIKAN PERUSTEET
Kaavakokoelma sl. 1998/*Tapio Salmi*

$\mathbf{v}=\dfrac{d\mathbf{r}}{dt}=\dot{\mathbf{r}}$ $\quad \mathbf{v}=\dot{s}\,\mathbf{e}_t$ $\quad \mathbf{a}=\dfrac{d\mathbf{v}}{dt}=\dfrac{d^2\mathbf{r}}{dt^2}=\ddot{\mathbf{r}}$ $\quad \mathbf{a}=\mathbf{a}_t+\mathbf{a}_n=\ddot{s}\,\mathbf{e}_t+\dfrac{\dot{s}^2}{\rho}\mathbf{e}_n$

$a\,ds=v\,dv$ $\quad v_r=\dot{r}$ $\quad v_\varphi=r\dot{\varphi}$ $\quad a_r=\ddot{r}-r\dot{\varphi}^2$ $\quad a_\varphi=r\ddot{\varphi}+2\dot{r}\dot{\varphi}$

$\omega=\dot{\varphi}$ $\quad \alpha=\dot{\omega}=\ddot{\varphi}$ $\quad \ddot{u}+\omega^2u=0$ $\quad T=2\pi/\omega$

$\mathbf{v}_P=\mathbf{v}_Q+\mathbf{v}_{P/Q}=\mathbf{v}_Q+\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}_{P/Q}$ $\quad \mathbf{a}_P=\mathbf{a}_Q+\mathbf{a}_{P/Q}=\mathbf{a}_Q+\boldsymbol{\alpha}\times\mathbf{r}_{P/Q}+\underbrace{\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}_{P/Q})}_{-\omega^2\vec{r}_{P/Q}}$

$v_{Pt}=r\omega$ $\quad a_{Pt}=r\alpha$ $\quad a_{Pn}=r\omega^2$

$\mathbf{v}_P=\mathbf{v}_k+\mathbf{v}_{rel}=\mathbf{v}_Q+\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}_{P/Q}+\mathbf{v}_{P/P}$ $\quad \mathbf{v}_{rel}=\mathbf{v}_{P/Q}=\dot{x}\mathbf{i}+\dot{y}\mathbf{j}+\dot{z}\mathbf{k}$

$\mathbf{a}_P=\mathbf{a}_k+\mathbf{a}_c+\mathbf{a}_{rel}=\mathbf{a}_Q+\boldsymbol{\alpha}\times\mathbf{r}_{P/Q}+\boldsymbol{\omega}\times(\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}_{P/Q})+2\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{v}_{rel}+\mathbf{a}_{rel}$

$\mathbf{a}_{rel}=\mathbf{a}_{P/Q}=\ddot{x}\mathbf{i}+\ddot{y}\mathbf{j}+\ddot{z}\mathbf{k}$ $\quad \boldsymbol{\alpha}=\dot{\omega}_x\mathbf{i}+\dot{\omega}_y\mathbf{j}+\dot{\omega}_z\mathbf{k}$

$\dot{\mathbf{i}}=\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{i}$ $\quad \dot{\mathbf{j}}=\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{j}$ $\quad \dot{\mathbf{k}}=\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{k}$ $\quad \dot{\mathbf{r}}_{P_2/P_1}=\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}_{P_2/P_1}$

$\mathbf{F}=m\mathbf{a}$ $\quad \mathbf{F}=m\ddot{\mathbf{r}}$ $\quad W=\displaystyle\int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2}\mathbf{F}\bullet d\mathbf{r}$ $\quad dW=\mathbf{F}\bullet d\mathbf{r}=F_t\,ds$

$T=\frac{1}{2}mv^2$ $\quad W=\Delta T$ $\quad W_{AB}=-(V(B)-V(A))=-\Delta V$

$E(1)=E(2)$ $\quad T(1)+V(1)=T(2)+V(2)$ $\quad \displaystyle\int_{\mathbf{r}_1}^{\mathbf{r}_2}\mathbf{F}_{ek}\bullet d\mathbf{r}=\Delta(T+V)$

$\mathbf{p}=m\mathbf{v}$ $\quad \mathbf{F}=\dfrac{d\mathbf{p}}{dt}$ $\quad \mathbf{I}^F=\displaystyle\int_{t_1}^{t_2}\mathbf{F}\,dt$ $\quad \mathbf{I}^F=\mathbf{F}_0(t_2-t_1)=\mathbf{F}_0\,\Delta t$

$\mathbf{I}^F=\Delta\mathbf{p}$ $\quad \Delta\mathbf{p}=\mathbf{0}$ $\quad \mathbf{I}_A^M=\displaystyle\int_{t_1}^{t_2}\mathbf{M}_A\,dt$ $\quad \mathbf{I}^M=\displaystyle\int_{t_1}^{t_2}\mathbf{M}\,dt$

$\mathbf{I}_A^M=\mathbf{r}_{P/A}\times\mathbf{I}^F$ $\quad \mathbf{L}_Q=\mathbf{r}_{P/Q}\times m\mathbf{v}$ $\quad \mathbf{I}_A^M=\Delta\mathbf{L}_A$ $\quad \Delta\mathbf{L}_A=\mathbf{0}$ $\quad \mathbf{p}=m\mathbf{v}_G$

$\displaystyle\sum_i m_i\mathbf{r}_{P_i/G}=\mathbf{0}$ $\quad m\mathbf{r}_{G/Q}=\displaystyle\sum_i m_i\mathbf{r}_{P_i/Q}$ $\quad \mathbf{R}=m\mathbf{a}_G$ $\quad \mathbf{M}_G=J_G\,\boldsymbol{\alpha}$

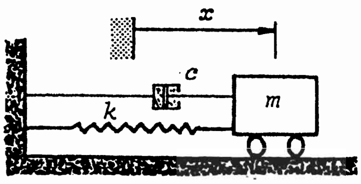
$\mathbf{M}_O=J_O\,\boldsymbol{\alpha}$ (O $\in$ K, O kiinteä) $\quad \mathbf{M}_Q=\mathbf{r}_{G/Q}\times m\mathbf{a}_Q+J_Q\,\boldsymbol{\alpha}$ (Q $\in$ K) $\quad J_Q=J_G+m\mathbf{r}_{Q/G}^2$

$\mathbf{M}_{O_0}=\mathbf{r}_G\times m\,\mathbf{a}_G+J_G\,\boldsymbol{\alpha}$ ($O_0\notin$ K, O_0 kiinteä) $\quad T=\frac{1}{2}m\,\mathbf{v}_Q^2+m\mathbf{v}_Q\bullet\boldsymbol{\omega}\times\mathbf{r}_{G/Q}+\frac{1}{2}J_Q\,\omega^2$

$T=\frac{1}{2}m\,\mathbf{v}_G^2+\frac{1}{2}J_G\,\omega^2$ $\quad T=\frac{1}{2}J_N\,\omega^2$ $\quad T(1)+V(1)=T(2)+V(2)$

$W=\Delta T$ $\quad \mathbf{L}_G=J_G\,\boldsymbol{\omega}$ $\quad \mathbf{L}_{O_0}=\mathbf{r}_{G/O_0}\times m\,\mathbf{v}_G+\mathbf{L}_G$ ($O_0\notin$ K, O_0 kiinteä) $\quad \mathbf{p}=m\,\mathbf{v}_G$

$\mathbf{L}_O=J_O\,\boldsymbol{\omega}$ (O $\in$ K, O kiinteä) $\quad \mathbf{I}^F=\Delta\mathbf{p}$ $\quad \mathbf{I}_O^M=\Delta\mathbf{L}_O$ (O kiinteä) $\quad \mathbf{I}_G^M=\Delta\mathbf{L}_G$



$$\ddot{u}+2\zeta\,\omega\,\dot{u}+\omega^2 u = u_{st}\,\omega^2 \sin(\Omega t) \qquad u_{st} = \hat{F}/k$$

$$F(t) = \hat{F}\sin(\Omega t) \qquad \omega^2 = k/m \qquad \zeta = c/c_k$$

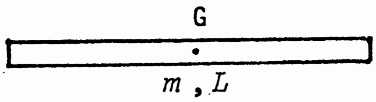
$$c_k = 2\sqrt{km} \qquad c/m = 2\zeta\,\omega \qquad \omega_d = \sqrt{1-\zeta^2}\,\omega$$

$$\delta = \ln(u_1/u_2) = 2\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2} \qquad \delta \approx 2\pi\zeta$$

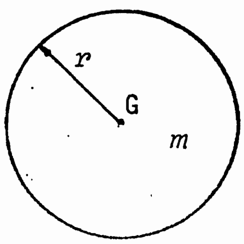
$$\delta = \tfrac{1}{n}\ln(u_0/u_n)$$

$$u_h(t) = e^{-\zeta\omega t}(C_1\sin(\omega_d t) + C_2\cos(\omega_d t)) \qquad u(t) = u_{st}\,V\sin(\Omega t)$$

$$V = \frac{1}{\sqrt{\left[1-\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right]^2 + \left(2\zeta\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)\right)^2}}$$



$$J_G = \frac{1}{12}\,m\,L^2$$



$$J_G = \frac{1}{2}\,m\,r^2$$