

1. Palkin kohdassa C on laite, jonka paino on mg . Kuinka suuri tasainen kuormitus q_0 on palkin ulokeosalle asetettava, jotta molempien kuormitusten vaikuttaessa palkin itseisarvoltaan suurinkin taivutusmomentti olisi mahdollisimman pieni? Palkin omaa painoa ei oteta huomioon.

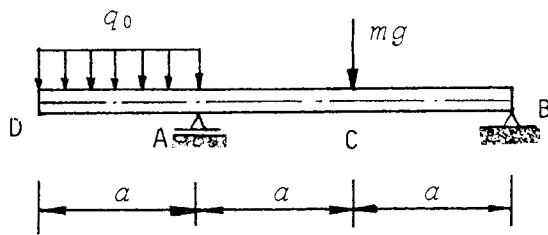
2. Ilmoita kuvan ulkoisesti hyperstaattisen taso-ristikon nollassauvat ja määritä sauvojen CD, CG, DE ja DG sauvavoimat. Käytä *leikkausmenetelmää*. Ilmoita selvästi, missä sauvassa on veto- missä puristusrasitus.

3. Kuvan väkipyörästössä on välillä AB lyhenysruuvi. Laske, miten suuri vetorasitus tankoon AB tällä ruuvilla on vähintään saatava aikaan, jotta lava (massa 100 kg) nousisi hie-man. Kaikkien väkipyörien laakerikitkan kitkakerroin $\mu = 0,05$ ja $r/R = 0,30$, missä r on akselin ja R väkipyörän säde.

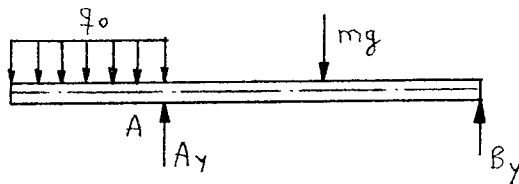
4. Kuvan nosturin puomi BC on yhtä pitkä kuin tukitorni AC. Laske köyden AB rasitus käyttämällä *virtuaalisen työn lausetta*. Köysi AB on kiinnitetty väkipyörän B akseliin. Rakenteen omaa painoa ja kitkaa ei oteta huomioon.

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$



Palkin kohdassa C on laite, jonka paino on mg . Kuinka suuri tasainen kuormitus q_0 on palkin ulokeosalle asetettava, jotta molempien kuormitusten vaikuttaessa palkin itseisarvoltaan suurinkin taivutusmomentti olisi mahdollisimman pieni?



$$\sum \downarrow A) + q_0 \cdot a \cdot \frac{a}{2} - mg \cdot a + B_y \cdot 2a = 0$$

$$\Rightarrow B_y = \frac{1}{2} mg - \frac{1}{4} q_0 \cdot a$$

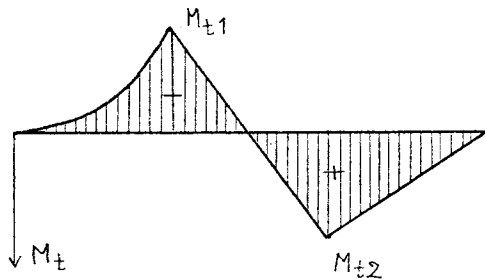
$$M_{t1} = -q_0 \cdot a \cdot \frac{a}{2} = -\frac{1}{2} q_0 a^2$$

$$M_{t2} = +B_y \cdot a = \frac{1}{2} mg a - \frac{1}{4} q_0 a^2$$

$$|M_{t1}| = M_{t2} \quad *$$

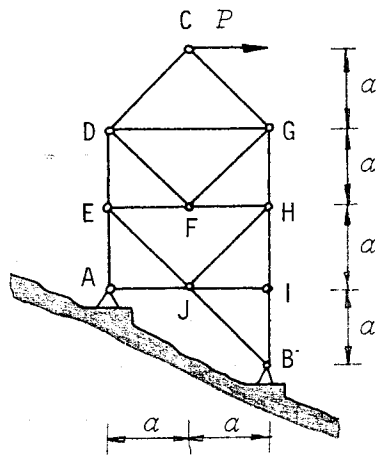
$$\Rightarrow \frac{1}{2} q_0 a^2 = \frac{1}{2} mg a - \frac{1}{4} q_0 a^2$$

$$\Rightarrow q_0 = \frac{2}{3} \frac{mg}{a}$$



$$|M_{t1}| = \frac{1}{2} q_0 a^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \frac{mg}{a} \cdot a^2 = \frac{1}{3} mg a$$

* Jos kasvatetaan arvoa q_0 , niin $|M_{t1}|$ kasvaa ja M_{t2} pienenee, joten on oltava $|M_{t1}| = M_{t2}$. \square



ESIMERKKI:

Määritä kuvan ulkoisesti hyperstaattisen ristikon sauvojen CD, CG, DE ja DG. Ilmoita selvästi, missä sauvassa on veto- ja missä puristusrasitus.

RATKAISU:

IJ nollasauva.

$$\textcircled{C} \quad \nearrow + S_{CD} - P \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\Rightarrow S_{CD} = \frac{P}{\sqrt{2}}$$

$$\searrow + S_{CG} + P \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

$$\Rightarrow S_{CG} = -\frac{P}{\sqrt{2}}$$

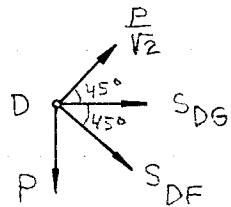
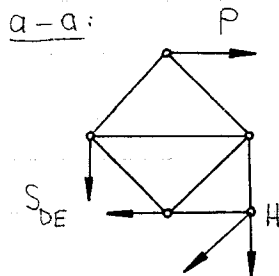
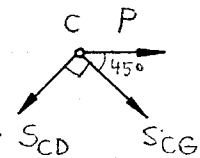
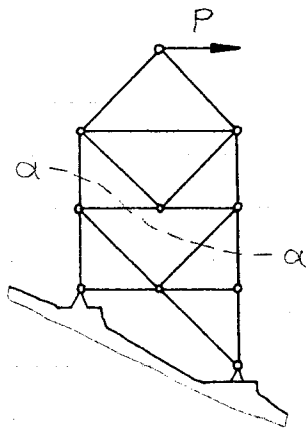
$$\textcircled{H} \quad -P \cdot 2a + S_{DE} \cdot 2a = 0$$

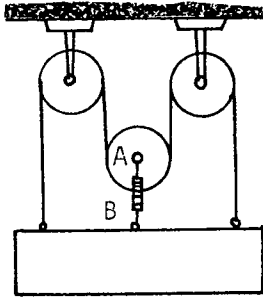
$$\Rightarrow S_{DE} = P$$

$$\nearrow + \frac{P}{\sqrt{2}} + S_{DG} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} - P \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0$$

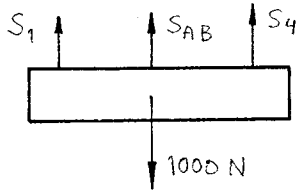
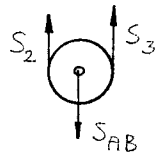
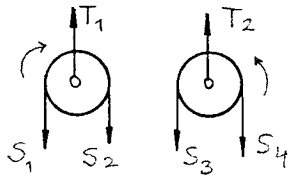
$$\Rightarrow S_{DG} = 0$$

Vast: CD $P/\sqrt{2}$ vetoa
 CG $P/\sqrt{2}$ puristusta
 DE P vetoa
 DG 0





12-36 Kuvan esittämässä väkipyörästössä on välillä AB lyhennysruuvi. Laske, miten suuri vetorasitus tällä ruuvilla on aikaansaattava tankoon AB, jotta lava, jonka massa on 100 kg, hieman nousisi, kun kaikkien väkipyörien laakerikitkan kitkakerroin $\mu = 0,05$ ja $r/R = 0,30$, missä r on akselin ja R väkipyörän säde.



$$k = \frac{1 - \mu r/R}{1 + \mu r/R} = \frac{1 - 0,05 \cdot 0,30}{1 + 0,05 \cdot 0,30} = \frac{0,981}{1,015}$$

$$\Rightarrow k = 0,9704$$

$$S_2 = S_1/k \quad (S_2 > S_1)$$

$$S_3 = S_2 \quad (\text{ei pyöri})$$

$$S_4 = k S_3 = k S_2 = S_1$$

$$\uparrow + S_2 + S_3 - S_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{k} S_1 + \frac{1}{k} S_1 - S_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow S_1 = \frac{k}{2} S_{AB}$$

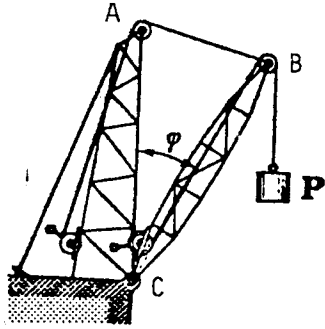
$$\uparrow + S_1 + S_{AB} + S_4 - 1000 \text{ N} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{k}{2} S_{AB} + S_{AB} + \frac{k}{2} S_{AB} = 1000 \text{ N}$$

$$(1+k) S_{AB} = 1000 \text{ N}$$

$$\Rightarrow S_{AB} = \frac{1000 \text{ N}}{1+0,9704} \approx 507,5 \text{ N}$$

△



Kuvan nosturin puomi BC on yhtä pitkä kuin tukitorni AC. Laske köyden AB rasitus käyttämällä *virtuaalisen työn lausetta*. Rakenteen omaa painoa ja kitkaa ei oteta huomioon.

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$$

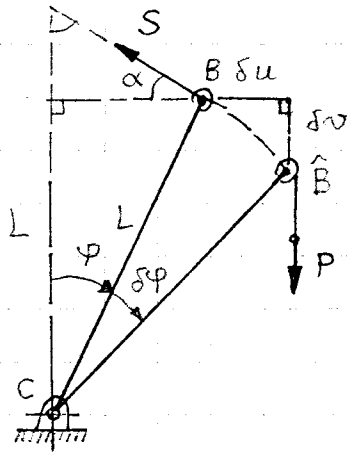
Annetaan pieni $\delta\varphi$

$$\delta u = L \cos\varphi \delta\varphi$$

$$\delta v = L \sin\varphi \delta\varphi$$

$$\text{ehto: } \alpha + (90^\circ - \varphi) = 90^\circ - \alpha$$

$$\alpha = \frac{\varphi}{2}$$



$$\delta W = -S \cos\alpha \cdot \delta u - S \sin\alpha \delta v + P \delta v$$

$$= -S (\cos\alpha \cos\varphi + \sin\alpha \sin\varphi) L \delta\varphi + PL \sin\varphi \delta\varphi$$

$$\cos(\varphi - \alpha) = \cos\frac{\varphi}{2}$$

$$= (-SL \cos\frac{\varphi}{2} + PL \cdot 2 \sin\frac{\varphi}{2} \cos\frac{\varphi}{2}) \delta\varphi = 0 \quad \forall \delta\varphi$$

$$\Rightarrow -SL \cos\frac{\varphi}{2} + 2PL \sin\frac{\varphi}{2} \cos\frac{\varphi}{2} = 0, \quad \cos\frac{\varphi}{2} = 0$$

ei käy

$$\Rightarrow S = 2P \sin\frac{\varphi}{2}$$