SGN-1200 Signaalinkäsittelyn menetelmät
Välikoe 27.1.2009, Heikki Huttunen

Välikokeessa saa käyttää vain tiedekunnan laskinta. Vastaa erilliselle konseptille.

1. Ovatko seuraavat väitteet tosia vai epätosia? Ei perusteluja, pelkkä tosi / epätosi. Oikea vastaus 1p, väärä vastaus -$\frac{1}{2}$p, ei vastausta 0p.

   (a) Signaalin $x(n)y(n)$ DFT on $X(n)Y(n)$.

   (b) Järjestelmä, jonka impulssivaste on $h(n) = \delta(n+3) + 1.2\delta(n-5) + 0.7\delta(n-6)$ on stabiili.

   (c) Järjestelmä, jonka impulssivaste on $h(n) = \delta(n+3) + 1.2\delta(n-5) + 0.7\delta(n-6)$ on kausaalinen.

   (d) Laskostuminen estetään A/D-muunnoksessa asettamalla näytteenottotaajuus vähintään samaksi kuin analogisen signaalin suurin taajuus.

   (e) Järjestelmän impulssivaste määrää vasteen mille tahansa signaalille.

   (f) FIR-suotimen impulssivasteessa on äärettömän paljon nollasta eroavia kertoimia.

2. (a) Analoginen signaali sisältää taajuuksia kymmeneen kilohertsiin asti. Mikä näytteenottotaajuuden tulee vähintään olla? (2p)

   (b) Viidensadan Hertsin taajuudella värähtelevästä sinisignaalista otetaan näytteitä 1,25 millisekunnin välein (eli 0,00125 s välein). Millä taajuudella signaali näyttää värähtelevän näytteistyksen jälkeen (eli mille taajuudelle kyseinen taajuus laskostuu)? (2p)

   (c) Määritellään signaali $x(n)$ ja impulssivaste $h(n)$ seuraavasti:

$$\begin{aligned} x(n) &= \delta(n) + 2\delta(n-1) - \delta(n-2) \\ h(n) &= \delta(n) - \delta(n-1) \end{aligned}$$

   Piirrä signaalit $x(n)$ ja $h(n)$. Laske signaali $h(n) * x(n)$ ja piirrä myös se. (2p)

3. (a) Laske vektorin $x(n) = (-1, -2, 4, 0)^T$ diskreetti Fourier-muunnos. (3p)

   (b) Ei-jaksollisten diskreettien signaalien $x(n)$ ja $y(n)$ Fourier-muunnokset ovat

$$X\left(e^{i\omega}\right) = \frac{1}{1-0.1e^{-i\omega}} \quad \text{ja} \quad Y\left(e^{i\omega}\right) = \frac{\sin\left(\frac{11}{2}\omega\right)}{\sin\left(\frac{\omega}{2}\right)}$$

   Mikä on signaalin $x(n-1) * y(2-n)$ Fourier-muunnos. Alla olevasta muunnostaulukosta voi olla apua. Huomaa että taulukon merkintä $X(\omega)$ vastaa meidän merkintäämme $X\left(e^{i\omega}\right)$ (3p)

TABLE 4.5 Properties of the Fourier Transform for Discrete-Time Signals

Property	Time Domain	Frequency Domain
Notation	$x(n)$	$X(\omega)$
	$x_1(n)$	$X_1(\omega)$
	$x_2(n)$	$X_2(\omega)$
Linearity	$a_1x_1(n) + a_2x_2(n)$	$a_1X_1(\omega) + a_2X_2(\omega)$
Time shifting	$x(n-k)$	$e^{-j\omega k}X(\omega)$
Time reversal	$x(-n)$	$X(-\omega)$
Convolution	$x_1(n) * x_2(n)$	$X_1(\omega)X_2(\omega)$
Correlation	$r_{x_1x_2}(l) = x_1(l) * x_2(-l)$	$S_{x_1x_2}(\omega) = X_1(\omega)X_2(-\omega)$
		$= X_1(\omega)X_2^*(\omega)$
		[if $x_2(n)$ is real]
Wiener–Khintchine theorem	$r_{xx}(l)$	$S_{xx}(\omega)$
Frequency shifting	$e^{j\omega_0 n}x(n)$	$X(\omega - \omega_0)$
Modulation	$x(n)\cos\omega_0 n$	$\frac{1}{2}X(\omega + \omega_0) + \frac{1}{2}X(\omega - \omega_0)$
Multiplication	$x_1(n)x_2(n)$	$\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X_1(\lambda)X_2(\omega - \lambda)d\lambda$
Differentiation in		
the frequency domain	$nx(n)$	$j\frac{dX(\omega)}{d\omega}$
Conjugation	$x^*(n)$	$X^*(-\omega)$
Parseval's theorem	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1(n)x_2^*(n) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} X_1(\omega)X_2^*(\omega)d\omega$	

4. (a) LTI-järjestelmän herätteen $x(n)$ ja vasteen $y(n)$ välillä on voimassa yhtälö

$$y(n) = 0.5y(n-1) + x(n).$$

Määritä järjestelmän impulssivaste. (3p)

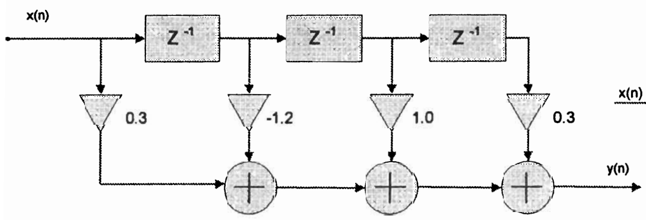
(b) Erään järjestelmän askelvaste[1] on seuraava

$$z(n) = \begin{cases} 0, \text{ kun } n < 0 \\ 1, \text{ kun } n = 0 \\ 3, \text{ kun } n = 1 \\ 4, \text{ kun } n \geq 2 \end{cases}$$

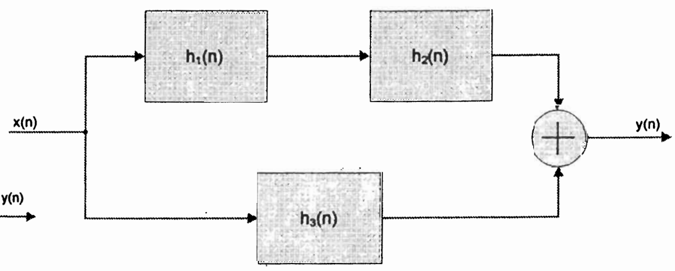
Määritä järjestelmän impulssivaste $h(n)$. (3p)

5. (a) Piirrä alla olevan kuvan a-kohdan järjestelmän impulssivaste. (2p)

(b) Alla olevan kuvan b-kohdan mukainen järjestelmä voidaan esittää yhtenä LTI-järjestelmänä. Mikä on sen impulssivaste $h(n)$ impulssivasteiden $h_1(n)$, $h_2(n)$ ja $h_3(n)$ avulla ilmaistuna? (4p)



(a)



(b)

[1]Vaste, kun herätteenä on askelfunktio $u(n) = \begin{cases} 0, \text{ kun } n < 0 \\ 1, \text{ kun } n \geq 0 \end{cases}$