RAK-33060 Murtumismekaniikka ja väsyminen

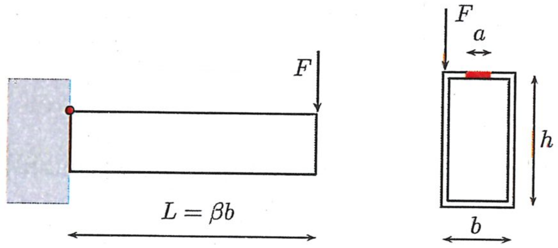
Tentti 12.12.2019 / Reijo Kouhia

Tentissä ei sallita kaavakokoelmaa eikä muutakaan kirjallista materiaalia. Laskin (funktio tai ohjelmoitava) saa olla mukana.

1. Alla olevan kuvan mukaisessa ulokepalkissa, jonka poikkileikkaus on ohutseinämäinen putkiprofiili, on palkin kiinnityskohdan yläpinnassa seinämän paksuuden läpimenevä särö. Kuormituksena on epäkeskinen pistekuorma palkin vapaassa päässä. Määritä murtumisen suhteen rakenteelle sallittu kuorma P, kun murtoehto on muotoa

$$K_{\mathrm{I}}^2 + K_{\mathrm{II}}^2 = K_{\mathrm{Ic}}^2.$$

Poikkileikkauksen seinämänpaksuus on kaikkille osulle t. Kuinka lyhyt pitää ulokkeen olla, jotta moodin II vaikutus olisi yhtäsuuri moodin I kanssa?
Ohje. Ohutseinämäiselle kotelolle voi oletaa seuraavat approksimaatiot vääntövastukselle $W_{\mathrm{t}} = 2tbh$ ja taivutusvastukselle $W = \frac{1}{2}tbh$.

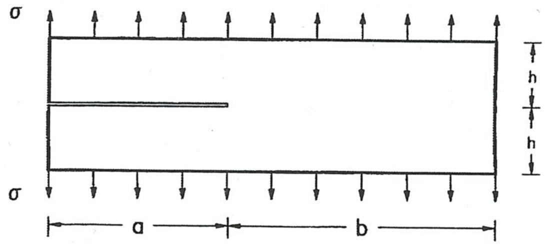


2. Määritä oheisen särötapauksen säröä ajavan voiman $\mathcal{G}$ lauseke. Voimaohjatulle kuormitustapaukselle säröä ajava voima voidaan ilmaista

$$\mathcal{G} = -\frac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}A} = \frac{\mathrm{d}\Pi^{\mathrm{int}}}{\mathrm{d}A},$$

jossa Π^{int} on muodonmuutosenergia ja A on särön pinta-ala. Palkin leveys on t. Eulerin-Bernoullin palkkimallissa muodonmuutosenergian lauseke on

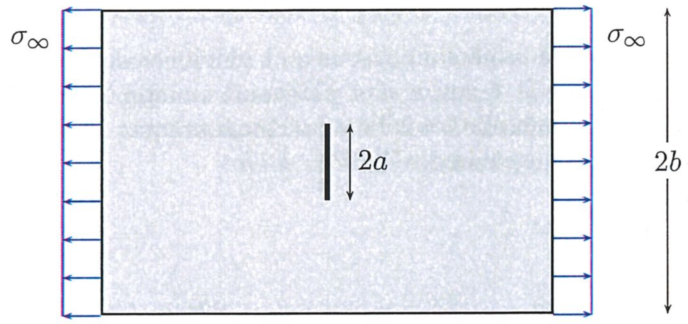
$$\Pi^{\mathrm{int}} = \frac{1}{2}\int \frac{M^2}{EI}\mathrm{d}x.$$



3. Kuvan suuressa tasojännitystilassa olevassa levyssä ($b \gg a_0$) on levyn paksuuden läpimenevä särö, jonka pituus on $2a_0$. Materiaalin murtumisvastuskäyrä on muotoa

$$\mathcal{G}_{\mathrm{R}} = \mathcal{G}_{\mathrm{c}} \left(1 + \sqrt{\Delta a / L_0}\right),$$

jossa $\mathcal{G}_{\mathrm{c}}, L_0$ ovat materiaaliparametreja ja $\Delta a = a - a_0$ on särönkasvupituus. Määritä kriittinen särönkasvun pituus Δa_{c} ja sitä vastaava kriittinen jännitys $\sigma_{\infty,\mathrm{c}}$. Materiaali on lineaarisesti elastista ja sen kimmokerroin on E. Materiaaliparametrilla L_0 on arvo $L_0 = a_0/15$. Muista, että säröä ajavan voiman ja jännitysintensiteettikertoimen välillä on yhteys $\mathcal{G} = K_{\mathrm{I}}^2/E$.



4. Findleyn väsymismallissa väsymismurto tapahtuu mikäli

$$\max(\tau_{\mathrm{a},n} + k\sigma_n) \geq f,$$

jossa $\tau_{\mathrm{a},n}$ on leikkausjännitysamplitudi tasossa, jonka normaali on $\boldsymbol{n}$ ja σ_n on normaalijännitys samassa tasossa. Mallin materiaaliparametrit ovat k ja f.

Tarkastellaan kuormitustapausta

$$\tau_{xy} = \tau_{\mathrm{m}} + \tau_{\mathrm{a}} \sin \omega t.$$

Oletetaan, että materiaaliparametrit k ja f tunnetaan. Määritä sallittu leikkausjännitysamplitudi τ_{a} parametrien k, f ja keskimääräisen leikkausjännityksen τ_{m} avulla.

Tason, jonka normaali muodostaa x-akselin suhteen kulman θ, yksikkönormaali- ja tangenttivektorit ovat $\boldsymbol{n} = (\cos\theta, \sin\theta)^T$ ja $\boldsymbol{s} = (\sin\theta, -\cos\theta)^T$.

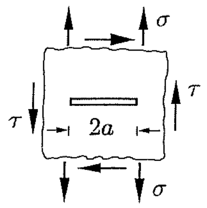
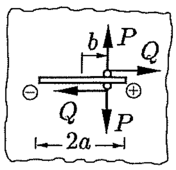
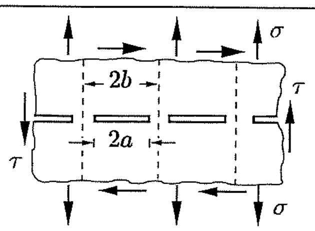
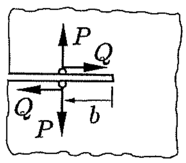
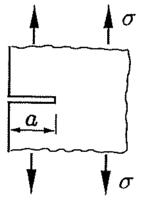
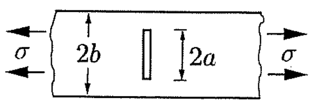
Joitain kaavoja, joista voi olla hyötyä.

$$\mathcal{G} = -\frac{\mathrm{d}\Pi}{\mathrm{d}A} = \frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}A}$$

$$J = \int_\Gamma \left(w\mathrm{d}y - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} n_j \mathrm{d}\Gamma \right), \quad \text{kun särö } x_1\text{-akselin suuntainen,}$$

$$\sin 2\theta = 2 \sin\theta \cos\theta = \frac{\tan\theta}{\sqrt{1 + \tan^2\theta}},$$

$$\cos 2\theta = cos^2\theta - \sin^2\theta = \frac{1}{\sqrt{1 + \tan^2\theta}}.$$

1		$\begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma \\ \tau \end{Bmatrix} \sqrt{\pi a}$
2		$\begin{Bmatrix} K_I^{\pm} \\ K_{II}^{\pm} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ Q \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{\pi a}} \sqrt{\frac{a \pm b}{a \mp b}}$
3		$\begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \sigma \\ \tau \end{Bmatrix} \sqrt{2b \tan \frac{\pi a}{2b}}$
4		$\begin{Bmatrix} K_I \\ K_{II} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} P \\ Q \end{Bmatrix} \frac{2}{\sqrt{2\pi b}}$
5		$K_I = 1.1215\, \sigma \sqrt{\pi a}$
6		$K_I = \sigma \sqrt{\pi a}\, F_I(a/b)$ $F_I = \frac{1 - 0.025(a/b)^2 + 0.06(a/b)^4}{\sqrt{\cos(\pi a/2b)}}$