MEC-4700 Simuloinnin ja optimoinnin peruskurssi

Tentti 14.12.2012

Kirjallinen materiaali ja ohjelmoitava laskin sallittuja.

Muita ohjeita:

1. Tentissä vastataan enintään **viiteen** tehtävään.
2. Tenttitehtävien 1–3 vastaukset kirjoitetaan eri paperille kuin tehtävien 4–6.
3. Jokaisessa vastauspaperissa on syytä olla nimi ja opiskelijanumero.
4. Noudattamalla ohjeita 1–3 saa yhden (1) lisäpisteen.

1. Uuden laitteen ikä ensimmäisellä vikahetkellä noudattaa kvantiilifunktiota

$$S(u) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{1-u}} - 1\right).$$

a) Esitä vastaava kertymäfunktio.

b) Jos ensimmäinen vika tuli iällä $x = 2.3$, niin milloin tulee keskimäärin toinen vika, kun oletetaan, että vikaprosessi on tyyppiä Renewal?

c) Sama kuin b)-kohta, mutta oletetaan, että vikaprosessi on tyyppiä NHPP?

Kohdassa c) kelpaa vastauksena oikea lauseke ilman sievennyksiä!

2. Kohteen vikalukumäärä kuukaudessa on Poisson-suure keskiarvolla 2.8, ja yhden vian korjausajan kertymäfunktio on (x = tunteja)

$$F(x) = 1 - e^{-(x/10)^2}.$$

Muodosta lauseke/aliohjelma, jolla voidaan simuloida satunnaisessa kuukaudessa syntyvä koko korjausaika.

3. Neljän laitteen käynnistyksen onnistumisen todennäköisyydet ovat erikseen 0.9, 0.7, 0.95 ja 0.8. Kun laitteita yritetään käynnistää yhtä aikaa, niin millä todennäköisyydellä ainakin kahden käynnistys onnistuu?

a) Näytä kohta kohdalta ja oikeassa järjestyksessä, miten tulos voidaan simuloida.

b) Ratkaise tarkka tulos ilman simulointia.

Ratkaise joko a)-kohta tai b)-kohta!

Käännä

4. Australialainen kengurufarmari käyttää 500 kg erikoisrehua päivässä. Rehu koostuu maissi- ja soijavalmisteista, joiden ravintosisältö on seuraava:

	kalsium	proteiini	kuitu
maissi	1 %	9 %	2 %
soija	2 %	60 %	6 %

Lisäksi rehuseoksen pitää sisältää

1. Kalsiumia enintään 1,5 %.
2. Proteiinia vähintään 30 %.
3. Kuitua enintään 5 %.

Maissivalmisteen hinta on 2 $/kg ja soijavalmisteen 6 $/kg. Muodosta LP-probleema halvimman rehuseoksen määrittämiseksi ja muuta se standardimuotoon.

5. Funktiosta $f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T A\mathbf{x} - \mathbf{b}^T\mathbf{x}$ tiedetään, että $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ on symmetrinen ja positiivisesti definiitti. Etsitään probleemalle

$$\min_{\mathbf{x}\in\mathbb{R}^n} f(\mathbf{x})$$

likimääräistä ratkaisua muodossa $(k < n,\ \alpha_i \in \mathbb{R},\ \mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^n,\ \mathbf{y}_i \neq 0)$

$$\hat{\mathbf{x}} = \sum_{i=1}^{k} \alpha_i \mathbf{y}_i,$$

missä $\mathbf{y}_i^T A\mathbf{y}_j = 0$, jos $i \neq j$. Ratkaise vakiot α_i minimoimalla lauseke $f(\hat{\mathbf{x}})$.

6. Kirjoita probleeman

$$\begin{aligned} \min\quad & 4x_1 + 2x_2 + 6x_3 \\ \text{ehdoilla}\quad & 4x_1 - x_2 \leq 9 \\ & -x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 8 \\ & -3x_1 + x_2 + 4x_3 = 12 \\ & x_1 \leq 3 \\ & x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Karush-Kuhn-Tuckerin ehdot. Älä muuta sitä standardimuotoon, vaikka se onkin LP-probleema.

Käännä