

MEC-2301 Lujuusopin perusteet

1. välikoe 25.10.2012

1. Kappaleen jännitystilän matriisi suorakulmaisessa (x, y, z) -koordinaatistossa lausuttuna on

$$\sigma = \begin{bmatrix} 2\sigma_0 & -\sigma_0 & \sigma_0 \\ -\sigma_0 & 0 & -\sigma_0 \\ \sigma_0 & -\sigma_0 & 0 \end{bmatrix}.$$

$$\sigma_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Piirrä jännityselementti. Määritä pääjännitykset sekä sen tason normaali, jossa esiintyy suurin pääjännitys. Määritä myös suurin leikkausjännitys. Selitä sanallisesti missä tasossa suurin leikkausjännitys esiintyy.

2. Olkoon neliönmuotoisen, $x \in (0, L)$, $y \in (0, L)$, kappaleen siirtymäkenttä annettu yhtälöillä (esim. elementtimenetelmäänalyysistä saatu tulos)

$$\begin{aligned} u(x, y) &= (x/L)(2 - y/L)\Delta, \\ v(x, y) &= (x/L)(y/L)\Delta, \\ w(x, y) &= 0, \end{aligned}$$

jossa Δ on jokin siirtymän arvo. Määritä muodonmuutosmatriisi ϵ

$$\epsilon = \begin{bmatrix} \epsilon_x & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_y & \epsilon_{yz} \\ \text{symm.} & \epsilon_z & \epsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{,x} & \frac{1}{2}(u_{,y} + v_{,x}) & \frac{1}{2}(u_{,z} + w_{,x}) \\ & v_{,y} & \frac{1}{2}(v_{,z} + w_{,y}) \\ \text{symm.} & & w_{,z} \end{bmatrix}.$$

Määritä myös suhteellinen tilavuudenmuutos ja suurin päävenymä. Missä alueen $0 \leq x \leq L$, $0 \leq y \leq L$ pisteessä esiintyy suurin päävenymä ja mihin suuntaan? Piirrä neliön deformatunut tila.

3. Poikkileikkaukseltaan suorakaiteen muotoiseen vetokoesauvan pintaan on liimattu kaksi venymäliuskaa, jotka muodostavat 30° ja 60° kulman sauvan akselin suhteen. Jännitystasolla 35 MPa saadaan venymäliuska, joka on 30° asteen kulmassa vedon suuntaan nähden venymän arvo $5 \cdot 10^{-4}$ ja vastaavasti 60° kulmassa olevasta liuskasta arvo $3 \cdot 10^{-4}$. Määritä materiaalin kimmomoduuli E ja suppeumaluku ν .

4. Kahden peräänantamattoman seinän välissä on sauva jonka poikkileikkauksala muuttuu arvosta A_0 sauvan vasemmassa päässä ($x = 0$) arvoon $2A_0$ sauvan oikeassa päässä ($x = L$). Sauva lämpenee ja lämpötilaero jännityksettömästä tilasta on ΔT . Määritä sauvan normaalivoima ja ratkaise aksiaalisirtymän u lauseke. Hahmottele sen kuvaaja. Pituuden lämpölaajenemiskerroin on α ja kimmomoduuli on E .

Vihje: Voit tarvita integraalia

$$N = -E \alpha \Delta T \left(A_0 + \frac{x}{L} A_0 \right)$$

$$\int \frac{dx}{1+ax} = \frac{1}{a} \ln(1+ax) + C. \quad u(x) = \frac{NL}{EA_0} \ln\left(1 + \frac{x}{L}\right)$$

Välikokeessa saa olla mukana yksipuolinen A4-kokoinen "lunttilappu". Mitään muuta kirjallista materiaalia ei sallita.

$$u(x) = \int_0^x \frac{N}{EA(x)} dx$$

Jokainen tehtävä on ratkaistava omalle konseptiarkilleen.