

# MAT-53101 Numeerinen analyysi 2 tentti 19.3.2009

## MAT-53107 Numerical Analysis 2 Exam 19.3.2009

Tentissä saa käyttää tavallista tai graafista/ohjemoitavaa laskinta ja yhtä käsinkirjoitettua kaksipuolista käsinkirjotettua A4 sivua muistiinpanoja. Laskuissa välivaiheet on kirjoitettava näkyviin.

You are allowed to use a plain or graphing/programmable calculator and one handwritten two-sided A4 sheet of notes. Show all calculation steps.

1. IEEE-kaksoistarkkuuslaskenta perustuu liukulukujärjestelmään, jossa  $(\beta, t, L, U) = (2, 52, -1022, 1023)$ . Mikä on järjestelmän suurin äärellinen positiivinen liukuluku? Arvioi  $\left| \frac{x - fl(x)}{x} \right|$ , kun  $x = 333,33333 \dots$  ja  $fl(x)$  on sen lähin IEEE-kaksoistarkkuusliukuluku.

IEEE double precision arithmetic uses the floating point system with  $(\beta, t, L, U) = (2, 52, -1022, 1023)$ . What is the largest finite positive floating point number in this system? Estimate  $\left| \frac{x - fl(x)}{x} \right|$  when  $x = 333,33333 \dots$  and  $fl(x)$  is the IEEE double precision floating point number closest to  $x$ .

2. Laske Newtonin ja Raphsonin menetelmän kaksi iteraatiota yhtälöryhmän  $x_1^2 - x_2^2 = -2$ ,  $2x_1x_2 = -1$  ratkaisemiseksi lähtien alkuarvosta  $x^{[0]} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

Perform two iterations of the Newton-Raphson method to solve  $x_1^2 - x_2^2 = -2$ ,  $2x_1x_2 = -1$  with initial iterate  $x^{[0]} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

3. Selitä *solmuton* (engl. *not-a-knot*) kuutiointerpolaatiosplini ja sen etu verattuna luonnolliseen spliniin.

Explain the *not-a-knot* cubic interpolation spline and its advantage over the natural spline.

4. Approksimoi funktiota  $f(x) = \sin(x)$  välissä  $-1 \leq x \leq 1$  käyttäen kuutiopolynomia, joka interpoloit Tšebyševin solmuissa.

Approximate  $f(x) = \sin(x)$  on  $-1 \leq x \leq 1$  by a cubic polynomial that interpolates at Chebyshev nodes.

5. Ratkaise reuna-arvot tehtävä käyttäen differenssimenetelmää ja askelpituutta  $h = 2$ :

$$y'' + 7y' + 9y = 5x, \quad y(0) = 1, \quad y(4) = 3$$

Solve the above boundary value problem using finite differences with  $h = 2$ .