

# MAT-31101 Numeerinen analyysi 1 tentti 29.1.2009

## MAT-31106 Numerical Analysis 1 Exam 29.1.2009

Tentissä saa käyttää tavallista tai graafista/ohjemoitavaa laskinta ja yhtä kaksipuolista käsinkirjoitettua A4 sivua muistiinpanoja (ei valokopio). Laskuissa välivaiheet on kirjoitettava näkyviin.

You are allowed to use a plain or graphing/programmable calculator and one handwritten two-sided A4 sheet of notes (not a photocopy). Show all calculation steps.

- ✗ Haluat lainata  $L = 150000$  (euroa) ja pystyt maksamaan korkeintaan  $M = 600$  (euroa/kk), kun takaisinmaksuaika on  $m = 30$  (vuotta). Mikä on korkein kiinteä korko  $r$ , jonka pystyt maksamaan? (Käytä kurssilla opetettua menetelmää.)

You need to borrow  $L = 150000$  (euros) and you can only afford to pay  $M = 600$  (euros per month) on a mortgage loan with repayment period  $m = 30$  (years). What is the highest fixed interest rate  $r$  that you can afford to pay? (Use one of the numerical methods taught in the course.)

Tiedoksi: / For your information:

$$L = \frac{12M}{r} \left( 1 - \left( 1 + \frac{r}{12} \right)^{-12m} \right)$$

- ✗ Etsi interpolointipolynomi, joka interpoloi kaikki taulukon datan. / Find a polynomial that interpolates all the data in the table.

$x$	1	3
$f(x)$	-0.9	0.1
$f'(x)$	-0.2	

- ✗ Selitä adaptiivisen integroinnin “jakaa-ja-valloita” algoritmi. Mitkä ovat adaptiivisen integrointimenetelmän edut tavalliseen (vakioaskeleen) menetelmään verrattuna?

Describe in detail the “divide-and-conquer” algorithm for adaptive quadrature. What are the advantages of adaptive quadrature over ordinary (fixed-step) quadrature?

4. Etsi kolme polynomia, jotka ovat ortogonaalisia seuraavan sisätulon suhteen, ja approksimoi niiden avulla funktiota  $f(x) = \sin(\pi x/2)$  lineaarisella polynomilla.

$$(f, g) = f\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)g\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + f(0)g(0) + f\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)g\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Find three polynomials that are orthogonal with respect to the above inner product, and use them to approximate the function  $f(x) = \sin(\pi x/2)$  by a polynomial of degree 1.

- ✗ Olkoon alkuarvotettava  $y' = 2y + 3x$ ,  $y(0) = 4$ . Laske  $y(0,10)$  käyttäen puolisuunnikkamenetelmää ja askelpituutta  $h = 0,05$ .

Consider the initial value problem  $y' = 2y + 3x$ ,  $y(0) = 4$ . Compute  $y(0.1)$  using the trapezoidal method with step size  $h = 0.05$ .

Puolisuunnikkaan menetelmä: / Trapezoidal method:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2}f(x_n, y_n) + \frac{h}{2}f(x_n + h, y_{n+1})$$