

AM

PIIRRÄ PÄÄKONSEPTIIN NIMEN ALLE NELJÄ NELIÖTÄ (à 2 × 2-ruutua):

--	--	--	--

1. (a) Määritä integraalifunktio (3p):

$$\int \frac{1}{x^2 + x - 2} dx.$$

- (b) Tutki integraalin suppenemista (3p):

$$\int_0^3 \frac{1}{x^3} dx.$$

2. Sinin toiselle potenssille voidaan johtaa (Taylorin sarjan avulla) potenssisarjaesitys

$$\sin^2(x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{2^{2k-1} x^{2k}}{(2k)!}.$$

Tämän avulla:

- (a) Etsi potenssisarjaesitys funktiolle $\sin(x) \cos(x)$.
(b) Etsi potenssisarjaesitys funktion $\sin^2(x^3)$ integraalifunktiolle

$$F(x) = \int_0^x \sin^2(t^3) dt.$$

3. Ratkaise alkuarvoprobleema

$$y'' - 2y' + y = \sin(x) + 1, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

4. Etsi alkuarvoprobleemalle

$$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x}, \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ratkaisu matriisimenetelmällä.