

Tupp!

PIIRRÄ PÄÄKONSEPTIIN NIMEN ALLE NELJÄ NELIÖTÄ (à 2 × 2-ruutua):

--	--	--	--

1. (a) Laske (3p):

$$\int_1^e x^4 \ln(x) dx.$$

- (b) Tutki integraalin suppenemista (3p):

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2} dx.$$

2. Kosinin potenssisarja on

$$\cos(x) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{(2k)!} x^{2k}.$$

Tämän avulla:

- (a) Etsi potenssisarjaesitys funktiolle $\sin(x)$.
- (b) Etsi potenssisarjaesitys funktion $\cos(x^4)$ integraalifunktiolle

$$\int_0^x \cos(t^4) dt.$$

3. Ratkaise alkuarvoprobleema

$$y'' - 6y' + 9y = e^{3x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

4. Olkoot
- $a, b \in \mathbb{R}$
- ja
- $a \neq b$
- . Etsi alkuarvoproteemalle

$$\mathbf{x}' = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 0 & b \end{bmatrix} \mathbf{x}, \quad \mathbf{x}(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

ratkaisu matriisimenetelmällä. Millä vakioiden a, b arvoilla ratkaisu lähestyy nollaa kun t kasvaa, ts. $\lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = \mathbf{0}$?