

Insinöörimatematiikka C 2u

(Vehmanen)

Tentti 13.2.2012

– Ei muistiinpanoja, kirjallisuutta, laskinta.

1. Määritä suoran $\mathbf{r} = (1, -1, 4) + t(1, 0, -2)$ ja tason $(2, 3, -1) \cdot \mathbf{r} - 2 = 0$ yhteinen piste tai yhteisten pisteiden joukko.

2. Lähinnä pistettä \mathbf{r}_1 oleva tason

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + s \mathbf{u} + t \mathbf{v} \quad (s \text{ ja } t \text{ reaalilukuja})$$

piste on $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_1 - \mathbf{e}$, missä \mathbf{e} on vektorin $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0$ projektiio tason normaalilla \mathbf{n} eli

$$\mathbf{e} = \frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{n}}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}} \mathbf{n}$$

a) Olkoon $\mathbf{u} = (3, 1, 2)$ ja $\mathbf{v} = (0, 1, 0)$. Muodosta tasolle normaali \mathbf{n} .

b) Olkoon lisäksi $\mathbf{r}_0 = (1, 1, 1)$. Laske pistettä $(0, 1, 0)$ lähinnä oleva tason piste.

3 a) Matriisin A koko on $n \times n$. Lause

$$\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n : A\mathbf{x} = A\mathbf{y} \Rightarrow \mathbf{x} = \mathbf{y}$$

on tosi tai epätosi riippuen matriisista A . Osoita lause todeksi, kun matriisilla A on käänteismatriisi olemassa.

b) Esitä a)-kohdan lause toisin, totuusarvoltaan samana niin, että siinä on implikaation $p \Rightarrow q$ sijasta implikaatio $\neg q \Rightarrow \neg p$.

4 a) Laske kaikki ominaisarvot matriisille

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -4 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}.$$

b) Laske ja esitä ominaisarvoon 5 liittyvät kaikki ominaisvektorit.

c) Mikä on ominaisarvon 5 geometrinen kertaluku eli ominaisarvon 5 ominaisvaruuden dimensio?

d) Perustele c)-kohdan vastauksesi.