

MAT-10341 Insinöörimatematiikka A 4
MAT-10343 Insinöörimatematiikka C 4
MAT-10344 Insinöörimatematiikka D 4
MAT-10345 Insinöörimatematiikka E 4

Tentti 22.4.2006

• Ei laskimia, ei omaa kirjallista materiaalia.

1. Kappale liikkuu pitkin käyrää.

$$\mathbf{x}(t) = \left(\frac{t^2}{2}, \frac{4t^{\frac{3}{2}}}{3}, 2t \right)$$

Kun kappale on liikkunut käyrää pitkin origosta 6 pituusyksikköä eteenpäin ($t > 0$), niin missä avaruuden \mathbb{R}^3 pisteessä se silloin on.

2. a) Onko funktiolla

$$f(x, y) = \frac{x + y}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

raja-arvo origossa ja jos on, niin mikä on sen arvo.

b) Laske pinnan $z = \frac{x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ pisteeseen $(x, y, z) = (2, 0, 1)$ piirretyn tangenttitason yhtälö.

3. Olkoon

$$\mathbf{f}(x, y) = \begin{bmatrix} \cos(x) \\ \sin(y) \\ \sqrt{x^2 + y^2} \end{bmatrix} \quad \text{ja} \quad g(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$$

Laske derivaatat \mathbf{f}' ja g' sekä ketjusäännöllä $(g \circ \mathbf{f})'$

4. Etsi funktion $f(x, y) = 4x - 8xy + 2y + 1$ suurin ja pienin arvo siinä suljetussa ja rajoitetussa kolmiojoukossa, jota rajoittavat suorat $x = 0$, $y = 0$ ja $x + y = 1$.

