

Insinöörimatematiikka C 2

Tentti 18.12.2009

Ei laskimia, taulukkokirjoja tai muuta kirjallisuutta.

Huom. Missään tehtävässä pelkän lopputuloksen ilmoittaminen ei riitä, vaan ratkaisupaperisi tulee sisältää myös päättely, jolla olet vastaukseen päätenyt.

Puolita saamasi konseptiarkit neljäksi A4-kokoiseksi paperiksi.
Kirjoita kunkin tehtävän ratkaisu eri paperille.
Eri tehtävien ratkaisupaperit kerätään erillisiin pinoihin.

- ~~1.~~ Ratkaise Gaussin eliminointimenetelmällä seuraava yhtälöryhmä. Mikä on yhtälöryhmää vastaavan matriisin aste?

$$\begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ 3x + 2y = -3 \\ 2x - y - z = 3 \end{cases}$$

- ~~2.~~ (a) Kirjoita neliömuotoa $f(x, y) = 2x^2 - y^2$ vastaava matriisi. Mitä voit sanoa ko. matriisin definiittisyydestä?
- ~~(b)~~ Etsi kanta ja dimensio aliavaruudelle, johon seuraavan joukon vektorit kuuluvat:

$$\left\{ \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ -7 \end{bmatrix} \right\}$$

- ~~3.~~ Tarkastellaan matriisia

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 2 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- (a) Laske A :n determinantti kehittämällä 3. rivin suhteen.
- (b) Jos A on kääntyvä, etsi sen käänteismatriisi. Jos ei ole, etsi sen nolla-avaruuden kanta.

- ~~4.~~ Selvitä matriisin B ominaisarvot ja niihin liittyvät ominaisvektorit, kun

$$B = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$