

Ei kirjallisuutta, eikä muistiinpanoja. Laskimen käyttö sallittu.

1. Popeye Canningillä on sopimus, jolla se saa 60 000 kiloa kypsiä tomaatteja hintaan 7 senttiä kilolta, joista se valmistaa tomaattimehua ja tomaattisosetta. Purkit pakataan 24 purkin laatikoihin. Purkillinen mehua vaatii yhden kilon tomaatteja, mutta purkillinen sosetta vaatii vain 1/3 kiloa tomaatteja. Yhtiön markkinaosuus on rajoittunut korkeintaan 2000 laatikkon mehua ja 6000 laatikkoon sosetta. Mehu- ja soselaatikon tukkumyyntihinnat ovat €18 ja €9, tässä järjestyksessä.

a) Kehitä Popeyelle optimaalinen tuotanto-ohjelma, eli montako laatikkoa kumpaakin tuotetta kannattaa valmistaa tuoton maksimoimiseksi. Paljonko on maksimituotto?

b) Millä mehu- ja soselaatikon hintasuhteella yhtiön kannattaisi tuottaa enemmän mehua kuin sosetta?

Huom! Muista ottaa raaka-ainekustannukset huomioon tuottofunktiossa.

2. Tarkastele seuraavaa LP-tehtävää:

$$\begin{aligned} \min z &= 6x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 2x_4 \\ \text{ehdoin } 2x_1 &+ 3x_3 + x_4 \geq 320 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 &\geq 100 \\ x_i &\geq 0 \quad (i = 1, \dots, 4) \end{aligned}$$

Ratkaise tehtävä seuraavasti (muistaen, että yhden tehtävän resurssien duaalihinnat ovat toisen tehtävän muuttujia):

Yo. tehtävän duaalitehtävän graafisesta ratkaisusta katsot rajoitteiden väljyyden tai tiukkuuden avulla, mitkä primaalitehtävän muuttujista ovat nollija optimipisteessä. Kirjoita sitten tämän tiedon mukaisesti primaalitehtävän uudestaan ja ratkaiset graafisesti (optimipiste ja z:n optimiarvo).

3. Ratkaise oheinen kohdistusmalli unkarilaisella algoritmilla olettaen, että

a) matriisi on kustannusmatriisi ja

b) matriisi on tuottomatriisi.

$$\begin{bmatrix} 3 & 8 & 2 & 10 & 3 \\ 8 & 7 & 2 & 9 & 7 \\ 6 & 4 & 2 & 7 & 5 \\ 8 & 4 & 2 & 3 & 5 \\ 9 & 10 & 6 & 9 & 10 \end{bmatrix}$$

4. a) Ratkaise graafisesti seuraava peli:

$$\begin{bmatrix} 1 & -3 & 7 \\ 2 & 4 & -6 \end{bmatrix}$$

b) Kirjoita peli pystyrivipelajaan LP-tehtäväksi, joka voitaisiin ratkaista esim. simplex-algoritmin tietokoneohjelmalla. (Siis vain matemaattinen malli.)