

Tentissä ei saa käyttää laskinta, taulukkokirjoja tai muuta erillistä materiaalia. Kaavakokoelma liitteenä.

1. (a) (3 pistettä) Laske integraali

$$\int -\frac{x+7}{x^2+x-6} dx.$$

- (b) (3 pistettä) Integroi funktio

$$f(x) = \ln(1 + \sqrt{x})$$

käyttäen ensin sijoitusta $x = (1 - u)^2$ (eli $u = 1 + \sqrt{x}$) ja hyödyntämällä sen jälkeen osittaisintegrointia.

2. (a) (3 pistettä) Ratkaise alkuarvotehtävä

$$y' = y + 2, \quad y(0) = 1.$$

- (b) (3 pistettä) Etsi differentiaaliyhtälön

$$y'' - y = x^2$$

yleinen ratkaisu.

3. (a) (3 pistettä) Määritä potenssisarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n \cdot 3^n} (x-3)^n$$

suppenemisväli.

- (b) (3 pistettä) Osoita integraalitestiiä käyttäen, että sarja

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^p}$$

suppenee, kun $p > 1$.