

**MAT-01130 Insinöörimatematiikka C1 (Kangas)**  
**Tentti 14.10.2013**

Tehtäväpaperin toiselta puolelta löytyy kaavakokoelma. Laskinta tai mitään muuta lisämateriaalia tentissä EI saa käyttää.

1. Millä muuttujan  $x$  arvoilla funktion

$$f(x) = \frac{2x^2 + x + 1}{x + 1}$$

tangenttisuoran kulmakerroin on  $\frac{3}{2}$ ? Määritä tangenttisuorien yhtälöt kyseisillä muuttujan  $x$  arvoilla.

2. Määritä raja-arvot

$$a) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}} \text{ ja } b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin(x) - \sin(2x)}{x - \sin(x)}$$

3. Olkoon

$$f(x) = \sqrt{1 - x^2} + \frac{x}{2}$$

reaalifunktio. Määritä funktion  $f$  laajin mahdollinen määrittelyjoukko sekä määritä lisäksi funktion  $f$  suurin ja pienin arvo tässä joukossa.

4. Määritä luvun  $-8$  kaikki kolmannet juuret ja esitä ne muodossa  $a + bi$ , missä  $a, b \in \mathbb{R}$  ja  $i^2 = -1$ .

**Insinöörimatematiikka 1u**  
**Tentin kaavaliite (periodi 1/2013–2014)**

---

**1. Derivointikaavoja**

$f(x)$	$f'(x)$
$\arcsin x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$	$\frac{1}{1+x^2}$

2.  $D_y f^{-1}(y) = \frac{1}{f'(x)} \quad (y = f(x))$

3.  $\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}; \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}; \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$

4.  $\operatorname{ar} \sinh x = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}), \quad \operatorname{ar} \cosh x = \ln(x + \sqrt{x^2 - 1}),$

$$\operatorname{ar} \tanh x = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+x}{1-x} \right)$$

5.  $\sin(\theta + \phi) = \sin \theta \cos \phi + \cos \theta \sin \phi$   
 $\cos(\theta + \phi) = \cos \theta \cos \phi - \sin \theta \sin \phi$

6.  $e^{i\theta} = \cos \theta + i \sin \theta$