Tampereen yliopisto
KEB-40200 LÄMMÖNSIIRTO
Välikoe 1: 2.3.2021 / Seppo Syrjälä

Kaikki aineisto sallittu.

Tentti on henkilökohtainen, joten yhteistyö muiden opiskelijoiden kanssa ei ole tentin aikana sallittua.

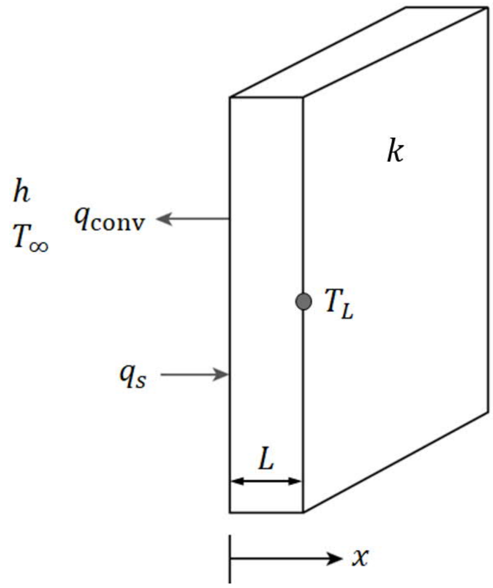
Palauta skannatut/kuvatut vastauksesi Moodleen viimeistään klo 16.15. Toivottavaa on, että palautat vain yhden tiedoston, jossa on vastaukset kaikkiin tehtäviin. Jos palautat useamman tiedoston, nimeä ne siten, että nimestä on pääteltävissä mikä tehtävä on kyseessä (esim. Teht1, Teht2, tms.). Merkitse nimesi ja opiskelijanumerosi.

Jos palautus Moodleen ei jostakin syystä onnistu, palauta vastaukset sähköpostilla: seppo.syrjala@tuni.fi

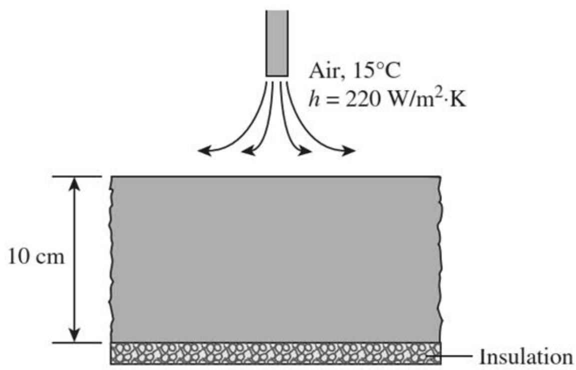
1. Kuvan mukaisessa tilanteessa levyn (paksuus L) vasempaan reunaan kohdistuu ulkopuolisesta säteilylähteestä lämpövirran tiheys q_s [W/m^2]. Lisäksi vasemmanpuoleisesta pinnasta poistuu lämpöä ympäristöön konvektiolla; lämmönsiirtokerroin on h ja ympäristön lämpötila T_∞. Levyn oikeanpuoleisen pinnan lämpötila on T_L. Levymateriaalin lämmönjohtavuus on k.

   (a) Kirjoita kuvan koordinaatistossa differentiaaliyhtälö sekä reunaehdot, joista voidaan ratkaista lämpötilajakauma, $T(x)$, levyssä. Johtuminen levyssä on 1-ulotteista eli lämpötila muuttuu vain levyn paksuussuunnassa (x-suunta) ja tilanne on stationääri (älä sijoita lukuarvoja tässä vaiheessa).

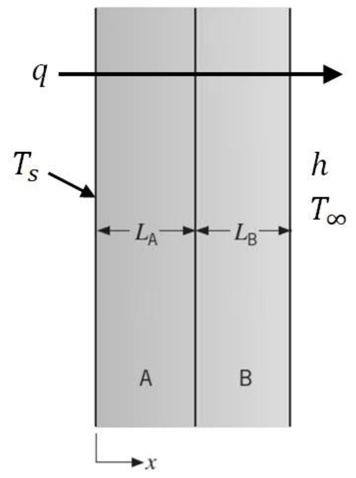
   (b) Määritä lämpötilajakauma levyssä seuraavilla lukuarvoilla: $L = 10$ cm, $k = 2$ W/(m °C), $q_s = 1500$ W/m^2, $T_L = 50$ °C, $h = 5$ W/(m^2 °C) ja $T_\infty = 25$ °C.



2. Teräslevyä, jonka paksuus on 10 cm ja alkulämpötila 600 °C, jäähdytetään kuvan mukaisesti yläpinnalta ilmasuihkulla; ilman lämpötila on 15 °C ja lämmönsiirtokerroin 220 W/(m^{2}K). Alapuolelta levy on eristetty. Teräkselle $k = 55$ W/(m K), $\rho = 7800$ kg/m^3 ja $c = 450$ J/(kg K). Määritä, missä ajassa levyn yläpinnan lämpötila saavuttaa arvon 200 °C. Määritä myös, paljonko levystä on poistunut lämpöä tässä ajassa (neliömetriä kohden). Jos et saanut edellä määritettyä aikaa, laske paljonko levystä poistuu lämpöä 10 minuutissa. Johtuminen on yksiulotteista.



3. Tarkastellaan kuvan mukaista seinämää, joka muodostuu kahdesta kerroksesta. Alkutilanteessa seinämä on kauttaaltaan lämpötilassa 20 ℃. Tietyllä hetkellä ($t = 0$) seinämän vasemman reunan, $x = 0$, lämpötila muuttuu arvoon $T_s = 500$ ℃. Oikealta reunalta lämpö siirtyy ympäristöön konvektiolla: ympäröivän ilman lämpötila $T_\infty = 20$ ℃ ja lämmönsiirtokerroin $h = 10$ W/(m K). Johtuminen seinämässä voidaan olettaa 1-ulotteiseksi (x-suunta). Lämmönjohtavuudet ja termiset diffusiviteetit ovat: $k_A = 2$ W/(m K), $k_B = 0.25$ W/(m K), $\alpha_A = 1 \cdot 10^{-6}$ m²/s ja $\alpha_B = 2 \cdot 10^{-7}$ m²/s. Kerrosten paksuudet ovat: $L_A = L_B = 15$ cm.

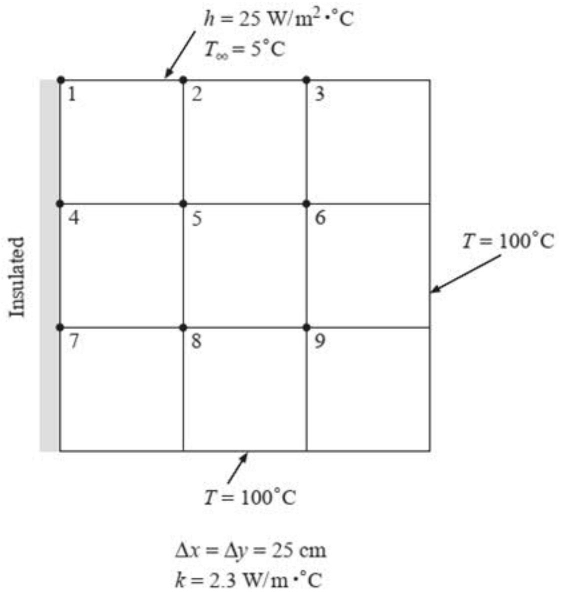


(a) Määritä lämpötila kerroksessa A kohdassa $x = 5$ cm ajan hetkellä $t = 10$ min. Perustele myös, miksi käyttämääsi menetelmää voidaan soveltaa tässä tapauksessa.

(b) Kun $t \to \infty$, tilanne tulee ajasta riippumattomaksi eli stationääriksi. Mikä on tällöin lämpövirran tiheys, q, seinämän yli.

(c) Oikean reunan lämpötilaa halutaan laskea käyttämällä kerroksessa (B) materiaalia, jolla on alempi lämmönjohtavuus. Mikä pitäisi olla k_B, jotta oikean reunan lämpötila olisi (stationäärissä tilanteessa) korkeintaan 60 ℃. Muut lähtöarvot pysyvät muuttumattomina.

4. Differenssimenetelmää käyttäen ratkaistaan stationääri lämpötilajakauma kuvan mukaisessa 2-ulotteisessa geometriassa (75 cm × 75 cm). Reunaehtoina on annettu lämpötila alapinnalla ja oikealla reunalla sekä konvektiivinen lämmönsiirtokerroin ja ympäristön lämpötila yläpinnalla; vasen reuna on lämpöeristetty. Materiaalille $k = 2.3$ W/(m ℃) ja $\Delta x = \Delta y = 25$ cm.



(a) Yleisessä tapauksessa stationäärin lämmönjohtumistehtävän ratkaisu differenssimenetelmällä johtaa aina lopuksi lineaarisen yhtälöryhmän numeeriseen ratkaisemiseen (tässä tapauksessa yhdeksän yhtälöä). Millaisia menetelmiä on olemassa tähän tarkoitukseen?

(b) Määritä lämpötilat solmupisteissä 2, 4, 6 ja 9, kun muiden solmupisteiden lämpötilat on annettu oheisessa taulukossa.

T1=	17.86
T2=	
T3=	29.93
T4=	
T5=	54.59
T6=	
T7=	77.69
T8=	79.80
T9=	

5. Kuumaan seinään on kiinnitetty pyöreä terästanko, jonka halkaisija $D = 5$ mm ja lämmönjohtavuus $k = 60$ W/(m °C). Alkuosasta tanko on kuvan mukaisesti eristetty matkalta 25 mm (= $L/2$). Eristeen jälkeisestä osasta tankoa, pituus $L = 50$ mm, lämpö siirtyy konvektiolla ympäröivään ilmaan, jonka lämpötila $T_\infty = 20$ °C; lämmönsiirtokerroin tangosta ilmaan $h = 15$ W/(m^2 °C). Määritä lämpötilat T_1 ja T_3 sekä lämpövirta tangon kautta, kun tiedetään, että lämpötila $T_2 = 70$ °C (voidaan käyttää ripateoriaa ja olettaa tangon kärki eristetyksi). Arvioi myös paljonko lämpövirta muuttuu, jos konvektio tangon kärjestä otetaankin huomioon.