KEB-40200 LÄMMÖNSIIRTO

Välikoe 2 9.5.2018, ratkaisut

1. (a)

Päättelemällä: $F_{11} = F_{22} = F_{33} = 0$

Määritetään yksi näkyvyyskerroin Hottelin jännesääntöä käyttäen; esimerkiksi F_{13}:

$$F_{13} = \frac{4 + 4.5 - 3 - 0}{2 \cdot 4} = 0.6875$$

Myös muita näkyvyyskertoimia voisi määrittää Hottelin jännesääntöä käyttäen, mutta ne saa määritettyä myös soveltamalla näkyvyyskertoimien välisiä laskusääntöjä, käänteissääntöä ja summaussääntöä, seuraavasti ($A_1 = 4L$; $A_2 = 3L$; $A_3 = 4.5L$):

$$F_{11} + F_{12} + F_{13} = 1 \longrightarrow F_{12} = 0.3125$$

$$A_1 F_{12} = A_2 F_{21} \longrightarrow F_{21} = 0.4167$$

$$F_{21} + F_{22} + F_{23} = 1 \longrightarrow F_{23} = 0.5833$$

$$A_1 F_{13} = A_3 F_{31} \longrightarrow F_{31} = 0.6111$$

$$F_{31} + F_{32} + F_{33} = 1 \longrightarrow F_{32} = 0.3889$$

$$\longrightarrow [F] = \begin{bmatrix} 0 & 0.3125 & 0.6875 \\ 0.4167 & 0 & 0.5833 \\ 0.6111 & 0.3889 & 0 \end{bmatrix}$$

(b)

J-yhtälöt kaikille pinnoille:

Pinta 1: $J_1 + \left(\frac{1 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1}\right)[F_{12}(J_1 - J_2) + F_{13}(J_1 - J_3)] = E_{b1}$ (T_1 tunnetaan)

Pinta 2: $J_2 + \left(\frac{1 - \varepsilon_2}{\varepsilon_2}\right)[F_{21}(J_2 - J_1) + F_{23}(J_2 - J_3)] = E_{b2}$ (T_2 tunnetaan)

Pinta 3: $F_{31}(J_3 - J_1) + F_{32}(J_3 - J_2) = 0$ (eristetty pinta; $\dot{Q}_3 = 0$)

Mustan kappaleen säteilyvoimakkuudet pinnoille 1 ja 2:

$$E_{b1} = \sigma T_1^4$$

$$E_{b2} = \sigma T_2^4$$

Edellisistä yhtälöistä saadaan 3 × 3 yhtälöryhmä, jonka ratkaisuna saadaan J_1, J_2 ja J_3.

Tiedetään, että eristetylle pinnalle $J_i = E_{bi}$ (tulos annettu kaavakokoelmassa), josta saadaan pinnalle 3 (J_3 määritetty edellä):

$$\sigma T_3^4 = J_3 \;\longrightarrow\; T_3 = \left(\frac{J_3}{\sigma}\right)^{1/4}$$

Nettosäteilyvirrat pinnoille 1 ja 2 (E_{b1}, E_{b2}, J_1 ja J_2 määritetty edellä):

$$\dot{Q}_1 = \frac{\varepsilon_1 A_1}{1-\varepsilon_1}(E_{b1} - J_1)$$

$$\dot{Q}_2 = \frac{\varepsilon_2 A_2}{1-\varepsilon_2}(E_{b2} - J_2)$$

2. (a)

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{850 \cdot 2 \cdot 0.3}{0.5} = 1020 < 2300 \;\longrightarrow\; \text{laminaari virtaus}$$

Kehittymismatkat (laminaari putkivirtaus):

$$\frac{L_\mathrm{h}}{D} = 0.05\,\mathrm{Re} = 0.05 \cdot 1020 = 51$$

$$\frac{L_\mathrm{t}}{D} = 0.05\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr} = 0.05 \cdot 1020 \cdot 5000 = 255000$$

Kyseiselle putkelle: $\dfrac{L}{D} = \dfrac{500}{0.3} = 1667$

Nähdään, että $L_\mathrm{h}/D \ll 1667$ ja $L_\mathrm{t}/D \gg 1667$ $\longrightarrow$ virtaus on hydrodynaamisesti täysin kehittynyt, mutta termisesti kehittyvä.

Keskimääräinen Nusseltin luku laminaarille putkivirtaukselle, joka on hydrodynaamisesti täysin kehittynyt, mutta termisesti kehittyvä:

$$\mathrm{Nu} = 3.66 + \frac{0.065(D/L)\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}{1 + 0.04[(D/L)\,\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}]^{2/3}} = 24.75 \qquad (\mathrm{Pr} = 5000)$$

$$\longrightarrow\; h = \frac{\mathrm{Nu}\,k}{D} = \frac{24.75 \cdot 0.2}{0.3} = 16.5\ \mathrm{W/m^2\,°C}$$

Nesteen keskilämpötila putken lopussa ($\dot{m} = \rho V A = 120.2$ kg/s):

$$T_{m,o} = T_s - (T_s - T_i)\exp\left(-\frac{h\pi D L}{\dot{m} c_p}\right) \approx 19.4\ °\mathrm{C}$$

(b)

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{850 \cdot 2 \cdot 0.3}{0.002} = 255000 > 4000 \ \longrightarrow \ \text{turbulentti virtaus}$$

Kehittymismatkat (turbulentti putkivirtaus):

$$\frac{L_\mathrm{h}}{D} \approx \frac{L_\mathrm{t}}{D} \approx 10$$

Nähdään, että $L_\mathrm{h}/D \ll 1667$ ja $L_\mathrm{t}/D \ll 1667 \ \longrightarrow$ virtaus on hydrodynaamisesti ja termisesti täysin kehittynyt.

Nusseltin luku täysin kehittyneelle turbulentille putkivirtaukselle:

$$\mathrm{Nu} = 0.023\, \mathrm{Re}^{0.8}\, \mathrm{Pr}^{1/3} = 1320 \qquad (\mathrm{Pr} = 20)$$

$$\longrightarrow \ h = \frac{\mathrm{Nu}\, k}{D} = \frac{1320 \cdot 0.2}{0.3} = 880\ \mathrm{W/m^2\,°C}$$

Nesteen keskilämpötila putken lopussa ($\dot{m} = \rho V A = 120.2$ kg/s):

$$T_{m,o} = T_s - (T_s - T_i)\exp\left(-\frac{h\pi D L}{\dot{m} c_p}\right) \approx 3.6\ °\mathrm{C}$$

3. (a)

Missä kohdassa levyä pintalämpötilalla T_s on maksimiarvo? Tämä voidaan päätellä esimerkiksi seuraavasti:

– Tiedetään, että $q_s = h_x(T_s - T_\infty) = \text{vakio}$

– Tiedetään myös, että h_x pienenee x:n funktiona $\longrightarrow$ $T_s - T_\infty$ suurenee x:n funktiona $\longrightarrow$ koska $T_\infty = \text{vakio}$, $T_{s,max}$ löytyy levyn jättöreunalta eli kohdasta $x = L$

(b)

$$\mathrm{Re} = \frac{VL}{\nu} = \frac{15 \cdot 0.5}{1.80 \cdot 10^{-5}} = 416667 < 5 \cdot 10^5 \ \longrightarrow \ \text{laminaari virtaus koko levyn matkalla}$$

Paikallinen Nusseltin luku, kun $q_s = \text{vakio}$:

$$\mathrm{Nu}_x = \frac{h_x\, x}{k} = 0.453\, \mathrm{Re}_x^{1/2}\, \mathrm{Pr}^{1/3}$$

$x = L \longrightarrow \mathrm{Nu}_x = 262.1 \longrightarrow h_x = \dfrac{\mathrm{Nu}_x\, k}{L} = 14.15\ \mathrm{W/m^2\,°C}$

$q_s = h_x(T_s - T_\infty) \longrightarrow T_s = \dfrac{q_s}{h_x} + T_\infty = \dfrac{1000}{14.15} + 20 = 90.7\ \mathrm{°C} = T_{s,max}$

(c)

Keskimääräinen Nusseltin luku , kun T_s = vakio:

$\mathrm{Nu} = \dfrac{hL}{k} = 0.664\,\mathrm{Re}^{1/2}\,\mathrm{Pr}^{1/3} = 384.2 \longrightarrow h = 20.75\ \mathrm{W/m^2\,°C}$

$q = h(T_s - T_\infty) \longrightarrow T_s = \dfrac{q}{h} + T_\infty = \dfrac{1000}{20.75} + 20 = 68.2\ \mathrm{°C}$

4. (a)

$$\alpha_\lambda + \rho_\lambda + \tau_\lambda = 1 \longrightarrow \begin{cases} \tau_\lambda = 0.7 \ \text{ kun } \lambda < 1.38\ \mu\mathrm{m} \\ \tau_\lambda = 0.1 \ \text{ kun } \lambda > 1.38\ \mu\mathrm{m} \end{cases}$$

(b)

Levyn kokonaisabsorptiosuhde α:

$$\alpha = \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda\, G_\lambda\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda\, d\lambda} = \frac{\alpha_1 \int_0^{\lambda_1} G_\lambda\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda\, d\lambda} + \frac{\alpha_2 \int_{\lambda_1}^\infty G_\lambda\, d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda\, d\lambda}$$

$$G_\lambda \propto E_{b\lambda}(T_{\text{source}}) \longrightarrow \alpha = \frac{\alpha_1 \int_0^{\lambda_1} E_{b\lambda}\, d\lambda}{E_b} + \frac{\alpha_2 \int_{\lambda_1}^\infty E_{b\lambda}\, d\lambda}{E_b} = \alpha_1\, f_{\lambda_1} + \alpha_2\,(1 - f_{\lambda_1})$$

Kokonaisheijastussuhde ρ saadaan vastaavasti:

$$\rho = \rho_1\, f_{\lambda_1} + \rho_2\,(1 - f_{\lambda_1})$$

$T = 5800\ \mathrm{K};\ \lambda_1 = 1.38\ \mu\mathrm{m} \longrightarrow \lambda_1 T = 1.38 \cdot 5800 \approx 8000\ \mu\mathrm{m}\cdot\mathrm{K} \rightarrow f_{\lambda_1} = 0.856$

$\alpha = 0.2 \cdot 0.856 + 0.9 \cdot (1 - 0.856) = 0.301$

$\rho = 0.1 \cdot 0.856 + 0 \cdot (1 - 0.856) = 0.086$

$\alpha + \rho + \tau = 1 \longrightarrow \tau = 1 - \alpha - \rho = 0.613$

$\alpha G = 0.301 \cdot 750 = 225.7\ \mathrm{W/m^2}$ (levyyn absorboitunut säteily)

$\rho G = 0.086 \cdot 750 = 64.5\ \mathrm{W/m^2}$ (levystä heijastunut säteily)

$\tau G = 0.613 \cdot 750 = 459.8\ \mathrm{W/m^2}$ (levyn läpäissyt säteily)

(c)

$J = \rho G + \varepsilon E_b$

Levyn kokonaisemissiviteetti ε (Kirchhoffin laki: $\varepsilon_\lambda = \alpha_\lambda$):

$T = 350\ \mathrm{K}$; $\lambda_1 = 1.35\ \mu\mathrm{m} \;\longrightarrow\; \lambda_1 T = 1.38 \cdot 350 = 483\ \mu\mathrm{m} \cdot \mathrm{K} \;\rightarrow\; f_{\lambda_1} = 0 \;\rightarrow\; \varepsilon = 0.9$

$J = \rho G + \varepsilon \sigma T_s^4 \approx 830\ \mathrm{W/m^2}$

5. (a)

$C_C = (\dot{m}c_p)_C = 0.5 \cdot 4200 = 2100\ \mathrm{W/K} = C_{\min}$

$C_H = (\dot{m}c_p)_H = 2 \cdot 2100 = 4200\ \mathrm{W/K} = C_{\max}$

$$R_C = \frac{C_{\min}}{C_{\max}} = 0.5$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} = \frac{400 \cdot 12}{2100} = 2.286$$

$$\longrightarrow\; \varepsilon = \frac{1 - \exp[-NTU(1 - R_C)]}{1 - R_C \exp[-NTU(1 - R_C)]} = \frac{1 - \exp[-2.286 \cdot (1 - 0.5)]}{1 - 0.5 \cdot \exp[-2.286 \cdot (1 - 0.5)]} = 0.81$$

$$\dot{Q}_{max} = C_{\min}\left(T_{H,in} - T_{C,in}\right) = 2100 \cdot (100 - 20) = 168000\ \mathrm{W}$$

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} \;\longrightarrow\; \dot{Q} = \varepsilon \dot{Q}_{max} = 0.81 \cdot 168000 = 136080\ \mathrm{W}$$

$$\dot{Q} = C_H\left(T_{H,in} - T_{H,out}\right) \;\longrightarrow\; T_{H,out} = T_{H,in} - \frac{\dot{Q}}{C_H} = 100 - \frac{136080}{4200} = 67.6\ ^\circ\mathrm{C}$$

$$\dot{Q} = C_C\left(T_{C,out} - T_{C,in}\right) \;\longrightarrow\; T_{C,out} = T_{C,in} + \frac{\dot{Q}}{C_H} = 20 + \frac{136080}{2100} = 84.8\ ^\circ\mathrm{C}$$

(b)

$$\dot{Q} = C_H\left(T_{H,in} - T_{H,out}\right) = 4200 \cdot (100 - 75) = 105000\ \text{W}$$

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}}{\dot{Q}_{max}} = \frac{105000}{168000} = 0.625$$

$$NTU = \frac{1}{1 - R_C}\ln\left(\frac{1 - \varepsilon R_C}{1 - \varepsilon}\right) = NTU = \frac{1}{1 - 0.5} \cdot \ln\left(\frac{1 - 0.625 \cdot 0.5}{1 - 0.625}\right) = 1.212$$

$$NTU = \frac{UA}{C_{\min}} \longrightarrow U = \frac{NTU\ C_{\min}}{A} = \frac{1.212 \cdot 2100}{12} \approx 212\ \text{W/m}^2\ \text{°C}$$

(b)-kohdan voi ratkaista myös käyttämällä logaritmiseen keskilämpötilaeroon perustuvaa menetelmää:

$$\dot{Q} = C_C\left(T_{C,out} - T_{C,in}\right) \longrightarrow T_{C,out} = T_{C,in} + \frac{\dot{Q}}{C_C} = 20 + \frac{105000}{2100} = 70\ \text{°C}$$

$$\Delta T_{\text{lm}} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{\ln(\Delta T_1/\Delta T_2)} = \frac{55 - 30}{\ln(55/30)} = 41.24\ \text{°C}$$

$$\dot{Q} = UA\ \Delta T_{\text{lm}} \longrightarrow U = \frac{\dot{Q}}{A\ \Delta T_{\text{lm}}} = \frac{105000}{12 \cdot 41.24} \approx 212\ \text{W/m}^2\ \text{°C}$$