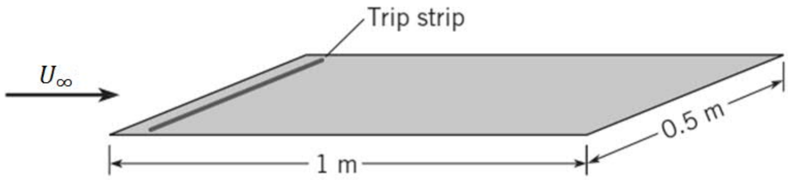
Tampereen yliopisto
KEB-40100 LÄMPÖTEKNIIKKA
Välikoe 2, 9.12.2020, ratkaisut

1. Tasolevyn (pituus 1 m ja leveys 0.5 m) ohi virtaa ilmaa molemmilta puolilta nopeudella $U_\infty = 15$ m/s. Yläpinnalla virtaukseen aiheutetaan häiriö levyn alussa, minkä seurauksena rajakerros on turbulentti alusta alkaen. Levyn alapinnalla rajakerroksen voi olettaa olevan laminaari koko matkan. Ilmalle $\nu = 1.5 \cdot 10^{-5}$ m^2/s, $\rho = 1.2$ kg/m^3, $k = 0.026$ W/(m °C), Pr = 0.72.
   (a) Määritä voima, jonka virtaus aiheuttaa levyyn.
   (b) Todellisuudessa oletus, että rajakerros levyn alapinnalla on laminaari koko matkan ei pidä paikkaansa; miksi näin? Hahmottele, miten kitkakerroin todellisuudessa muuttuu levyn alapinnalla (ei tarvitse laskea mitään).
   (c) Määritä lämpövirta levyn yläpinnalta, jos levyn lämpötila on 50 °C ja virtaavan ilman 10 °C.



$$\mathrm{Re} = \frac{U_\infty L}{\nu} = \frac{15 \cdot 1}{1.5 \cdot 10^{-5}} = 1 \cdot 10^6 \qquad A = 1 \cdot 0.5 = 0.5\ \mathrm{m}^2$$

(a)

Keskimääräinen kitkakerroin, yläpuoli (turbulentti):

$$c_{f1} = 0.074\ \mathrm{Re}^{-1/5} = 0.074 \cdot (1 \cdot 10^6)^{-1/5} = 0.00467$$

Keskimääräinen kitkakerroin, alapuoli (laminaari):

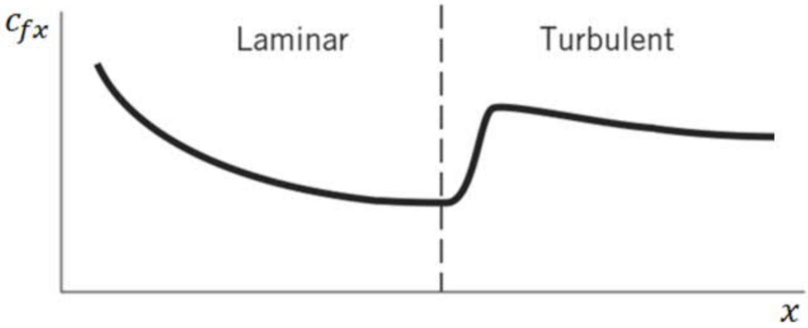
$$c_{f2} = 1.328\ \mathrm{Re}^{-1/2} = 1.328 \cdot (1 \cdot 10^6)^{-1/2} = 0.00133$$

Virtauksesta levyyn kohdistuva voima:

$$F = (c_{f1} + c_{f2}) \frac{\rho U_\infty^2}{2} A = (0.00467 + 0.00133) \cdot \frac{1.2 \cdot (15)^2}{2} \cdot 0.5 = 0.405\ \mathrm{N}$$

(b)

Kaavakokoelmassa on annettu kriittinen Reynoldsin luku, jolla virtauksen voi olettaa muuttuvan turbulenttiseksi: $\mathrm{Re}_{\mathrm{cr}} = 5 \cdot 10^5$. Kuten edellä laskettiin, levyn jättöreunalla $\mathrm{Re} = 1 \cdot 10^6$, joka on siis $2 \times \mathrm{Re}_{\mathrm{cr}}$. Tästä voidaan päätellä, että todellisuudessa levyn alkuosassa (0.5 m) virtaus on laminaari ja loppuosassa (0.5 m) turbulentti. Kitkakerroin kasvaa selvästi, kun virtaus muuttuu laminaari → turbulentti (kuva alla).



(c)

Keskimääräinen lämmönsiirtokerroin, yläpuoli (turbulentti virtaus):

$$\mathrm{Nu} = 0.037\,\mathrm{Re}^{4/5}\mathrm{Pr}^{1/3} = 0.037 \cdot (1 \cdot 10^6)^{4/5}(0.72)^{1/3} = 2092$$

$$h = \frac{\mathrm{Nu}\,k}{L} = \frac{2092 \cdot 0.026}{1} = 54.4\ \mathrm{W/(m^2 °C)}$$

$$\dot{Q} = hA(T_s - T_\infty) = 54.4 \cdot 0.5 \cdot (50 - 10) = 1088\ \mathrm{W}$$

2. Keramiikan valmistamiseen käytettävässä polttouunissa on ikkuna, jonka lasi läpäisee säteilyä eri aallonpituuksilla seuraavasti:

   $0 < \lambda < 2$ µm: lasi läpäisee säteilystä 60 %

   $2 < \lambda < 4$ µm: lasi läpäisee säteilystä 75 %

   $\lambda > 4$ µm: lasi ei läpäise säteilyä lainkaan

   Uunin sisäseinät voi olettaa ”mustaksi kappaleeksi”. Miten iso osa seinien lähettämästä säteilystä läpäisee uunin ikkunan, jos seinien lämpötila on 1000 K. Millä aallonpituudella uunin seinät säteilevät voimakkaimmin? Entä miten tällainen lasi läpäisee lämpötilasta 300 K tulevaa säteilyä?

Luetaan käyrästöstä arvot $f_{0-\lambda_1}$ ja $f_{0-\lambda_2}$, kun $\lambda_1 = 2$ µm, $\lambda_2 = 4$ µm ja $T = 1000$ K

$\lambda_1 T = 2 \cdot 1000 = 2000$ µm · K $\longrightarrow$ $f_{0-\lambda_1} \approx 0.07$

$\lambda_2 T = 4 \cdot 1000 = 4000$ µm · K $\longrightarrow$ $f_{0-\lambda_2} \approx 0.48$

$\rightarrow$ $f_{\lambda_1-\lambda_2} = f_{0-\lambda_2} - f_{0-\lambda_1} = 0.48 - 0.07 = 0.41$

Uunin seinien, jotka ovat lämpötilassa 1000 K, lähettämästä säteilystä n. 7 % on aallonpituus-alueella $0 < \lambda < 2$ µm ja n. 41 % aallonpituusalueella $2 < \lambda < 4$. Täten kokonaisuudessa lasi läpäisee säteilystä ~35 % $(0.07 \cdot 0.6 + 0.41 \cdot 0.75 = 0.3495)$.

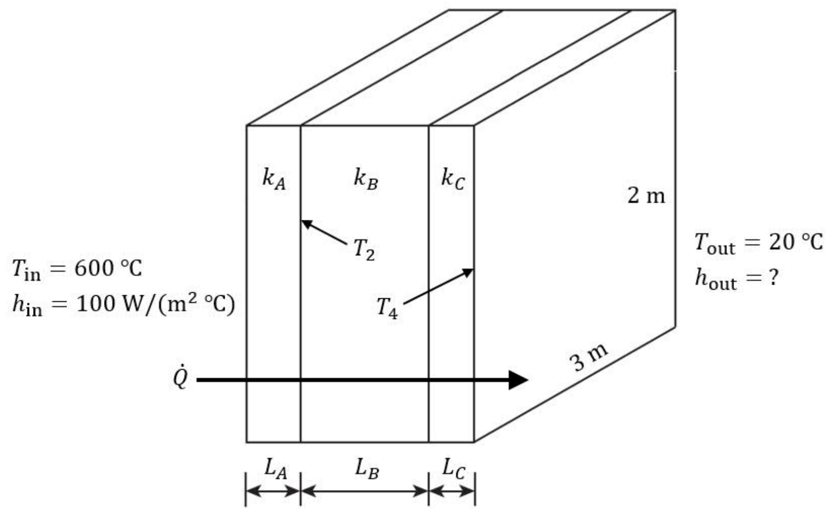
$$\lambda_{\max} T = 2898 \quad \rightarrow \quad \lambda_{\max} = \frac{2898}{T} = \frac{2898}{1000} \approx 2.9 \text{ µm}$$

$T = 300$:

$\lambda_2 T = 4 \cdot 300 = 1200$ µm · K $\longrightarrow$ $f_{0-\lambda_2} \approx 0$

Lämpötilasta 300 K lähtevä säteily on lähes kokonaan aallonpituusalueella $\lambda > 4$ µm, joten lasi ei läpäise tätä säteilyä käytännössä lainkaan.

3. Tulipesän seinämä (leveys 3 m, korkeus 2 m) muodostuu kuvan mukaisesti kolmesta kerroksesta. Kaasun lämpötila tulipesässä on 600 °C ja lämmönsiirtokerroin kaasusta tulipesän seinämän sisäpintaan on 100 W/(m^2 °C). Seinämän ulkopinnalta lämpö siirtyy ympäröivään ilmaan, jonka lämpötila on 20 °C. Kerrosten A ja C paksuudet ovat: $L_A = 8$ cm ja $L_C = 6$ cm. Kerrosten lämmön-johtavuudet ovat: $k_A = 1$ W/(m °C), $k_B = 0.2$ W/(m °C) ja $k_C = 0.8$ W/(m °C). Määritä lämmön-siirtokerroin ulkopinnalla, h_{out}, kerroksen B paksuus, L_B, sekä kerrosten A ja B rajapinnan lämpö-tila, T_2, kun lämpövirta seinämän yli $\dot{Q} = 2$ kW ja ulkopinnan lämpötila $T_4 = 60$ °C.



$$\dot{Q} = h_{out}A(T_4 - T_{out}) \;\rightarrow\; h_{out} = \frac{\dot{Q}}{A(T_4 - T_{out})} = \frac{2000}{6 \cdot (60 - 20)} = 8.33\ \mathrm{W/(m^2\,K)}$$

$$\dot{Q} = \frac{T_{in} - T_4}{\Sigma R} = \frac{T_{in} - T_4}{\frac{1}{h_{in}A} + \frac{L_A}{k_A\,A} + \frac{L_B}{k_B\,A} + \frac{L_C}{k_C\,A}} = \frac{A(T_{in} - T_4)}{\frac{1}{h_{in}} + \frac{L_A}{k_A} + \frac{L_B}{k_B} + \frac{L_C}{k_C}}$$

$$\rightarrow\; \frac{1}{h_{in}} + \frac{L_A}{k_A} + \frac{L_B}{k_B} + \frac{L_C}{k_C} = \frac{A(T_{in} - T_4)}{\dot{Q}}$$

$$\rightarrow\; \frac{L_B}{k_B} = \frac{A(T_{in} - T_4)}{\dot{Q}} - \frac{1}{h_{in}} - \frac{L_A}{k_A} - \frac{L_C}{k_C} = \frac{6 \cdot (600 - 60)}{2000} - \frac{1}{100} - \frac{0.08}{1} - \frac{0.06}{0.8} = 1.455\ \mathrm{m^2\,K/W}$$

$$\rightarrow\; L_B = 1.455\, k_B = 1.455 \cdot 0.2 = 0.291\ \mathrm{m}$$

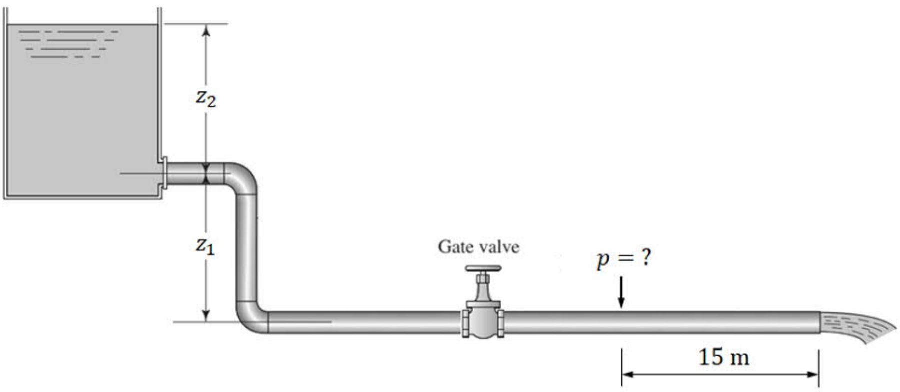
$$\dot{Q} = \frac{T_{in} - T_2}{\Sigma R} = \frac{T_{in} - T_2}{\frac{1}{h_{in}A} + \frac{L_A}{k_A\,A}}$$

$$\rightarrow\; T_2 = T_{in} - \dot{Q}\left(\frac{1}{h_{in}A} + \frac{L_A}{k_A\,A}\right) = 600 - 2000 \cdot \left(\frac{1}{100 \cdot 6} + \frac{0.08}{1 \cdot 6}\right) = 570\ ^\circ\mathrm{C}$$

4. Kuvan mukaisessa tilanteessa säiliöstä virtaa vettä putken läpi 700 litraa/min. Putken halkaisija on 75 mm, karheus $\varepsilon = 0.15$ mm ja kokonaispituus 50 m. Kertavastuksia on neljä: virtaus säiliöstä putkeen ($K = 0.5$), kaksi putkimutkaa (molemmille $K = 0.4$) ja venttiili ($K = 1$). Vedelle $\rho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$ ja $\mu = 0.001\ \mathrm{Ns/m^2}$.

   (a) Määritä (absoluuttinen) paine kohdassa 15 m ennen ulosvirtausta. Ulosvirtaus tapahtuu normaaliin ilmakehän paineeseen (= 100 kPa).

   (b) Määritä z_2, kun $z_1 = 3$ m.



$$V = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{\pi D_1^2/4} = \frac{0.7/60}{\pi \cdot (0.075)^2/4} = 2.641\ \text{m/s}$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{1000 \cdot 2.641 \cdot 0.075}{0.001} = 198075 \qquad \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.15}{75} = 0.002$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -1.8 \log_{10}\left[\frac{6.9}{\text{Re}} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7}\right)^{1.11}\right]$$

$$\to f = \left\{-1.8 \log_{10}\left[\frac{6.9}{\text{Re}} + \left(\frac{\varepsilon/D}{3.7}\right)^{1.11}\right]\right\}^{-2} = \left\{-1.8 \log_{10}\left[\frac{6.9}{198075} + \left(\frac{0.002}{3.7}\right)^{1.11}\right]\right\}^{-2} = 0.0243$$

Myös Moodyn käyrästön käyttö ok ($\to f = 0.024$ tai 0.025).

Painehäviö 15 m:n matkalla (tällä välillä ei ole kertahäviöitä):

$$\Delta p = f\frac{L}{D}\frac{\rho V^2}{2} = 0.0243 \cdot \frac{15}{0.075} \cdot \frac{1000 \cdot (2.641)^2}{2} = 16950\ \text{Pa}$$

$$\to p \approx 100 + 17 = 117\ \text{kPa}$$

Kirjoitetaan energiayhtälö säiliön pinnan (1) ja ulosvirtauskohdan (2) välille:

$$p_1 + \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho g(z_1 + z_2) = p_2 + \frac{\rho V_2^2}{2} + \Delta p \quad \text{(ulosvirtausreunalla } z = 0\text{)}$$

$V_1 = 0$; $V_2 = V$; $p_1 = p_2$

$$\to \rho g(z_1 + z_2) = \frac{\rho V^2}{2} + \Delta p \;\to\; z_2 = -z_1 + \frac{\Delta p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g}$$

$\Sigma K = 0.5 + 2 \cdot 0.4 + 1 = 2.3$; $L = 50$ m

$$\to \Delta p = \left(f\frac{L}{D} + \Sigma K\right)\frac{\rho V^2}{2} = \left(0.0243 \cdot \frac{50}{0.075} + 2.3\right) \cdot \frac{1000 \cdot (2.641)^2}{2} = 64518\ \text{Pa}$$

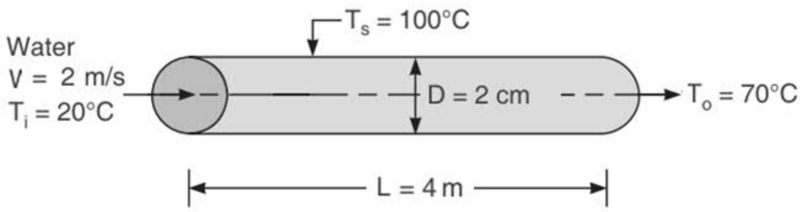
$$\to z_2 = -z_1 + \frac{\Delta p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = -3 + \frac{64518}{1000 \cdot 9.81} + \frac{(2.641)^2}{2 \cdot 9.81} = 3.93\ \text{m}$$

5. Vettä virtaa keskinopeudella 2 m/s ohutseinäisessä putkessa, jonka sisähalkaisija on 2 cm. Vesi lämpiää putkessa 4 m:n matkalla lämpötilasta 20 ℃ lämpötilaan 70 ℃, kun putken pintalämpötila on 100 ℃.

(a) Mikä on lämmönsiirtokerroin putkessa?

(b) Mikä on lämpövirta putken seinästä virtaavaan veteen?

Vedelle $\nu = 0.6 \cdot 10^{-6}$ m²/s, $\rho = 990$ kg/m³, $k = 0.64$ W/(m ℃), $c_p = 4180$ J/(kg ℃), Pr = 4



(a)

Kaavakokoelmassa on annettu tulos, josta voidaan laskea virtauksen keskilämpötila T_m kohdassa x, kun virtauksen (keski)lämpötila putken alussa tunnetaan, T_i:

$$\frac{T_m(x) - T_\infty}{T_i - T_\infty} = \exp\left(-\frac{UPx}{\dot{m}c_p}\right) \qquad P = 2\pi r_1 \qquad U = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + r_1\frac{\ln(r_2/r_1)}{k_s} + \frac{r_1}{r_2 h_2}}$$

Tässä tehtävässä $T_\infty \to T_s$, $U \to h$. Saadaan siis:

$$\frac{T_{m,o} - T_s}{T_{m,i} - T_s} = \exp\left(-\frac{hPL}{\dot{m}c_p}\right)$$

Koska tässä tehtävässä on annettu sekä putken pituus L että veden loppulämpötila $T_{m,o}$, lämmönsiirtokerroin saadaan määritettyä suoraan tästä yhtälöstä eli:

$$h = -\frac{\dot{m}c_p}{PL}\ln\left(\frac{T_{m,o} - T_s}{T_{m,i} - T_s}\right) = -\frac{0.622 \cdot 4180}{\pi \cdot 0.02 \cdot 4} \cdot \ln\left(\frac{70 - 100}{20 - 100}\right) = 10147 \text{ W/(m}^2\text{ K)}$$

$$\left(\dot{m} = \rho V\frac{\pi D^2}{4} = 990 \cdot 2 \cdot \frac{\pi \cdot (0.02)^2}{4} = 0.622 \text{ kg/s}\right)$$

(b)

$$\dot{Q} = \dot{m}c_p\left(T_{m,o} - T_{m,i}\right) = 0.622 \cdot 4.18 \cdot (70 - 20) \approx 130 \text{ kW}$$