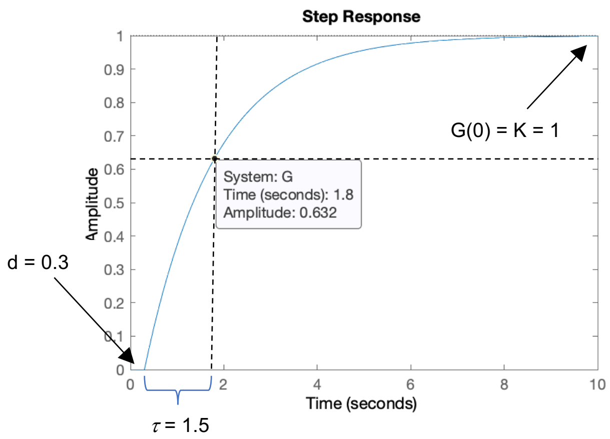
Tehtävä 1. a)–d) Suoraan luentokalvoista. Käsitteet ovat myös terminologiawikissä.

Tehtävä 2.

a) Karkea piirros vastekäyrästä riittää. Alla tarkka koneella piirrettynä, johon merkattu kysytyt asiat.



Vastaava vaste selityksineen on myös luentokalvoissa.

b)

Siirtofunktio:

$$G(s) = \frac{K}{\tau \cdot s + 1} \cdot \exp(-d \cdot s) = \frac{1}{1.5s + 1}\exp(-0.3s)$$

Taajuusvaste:

$$G(j\omega) = \frac{1}{1.5j\omega + 1}\exp(-0.3j\omega)$$

Amplitudivaste:

$$|G(j\omega)| = \left|\frac{1}{1.5j\omega + 1}\exp(-0.3j\omega)\right| = \left|\frac{1}{1.5j\omega + 1}\right| \cdot \underbrace{|\exp(-0.3j\omega)|}_{=1,\ \forall\omega} = \frac{|1|}{|1.5j\omega + 1|} \cdot 1 = \frac{1}{\sqrt{(1.5\omega)^2 + 1}}$$

Vaihevaste:

$$arg\{G(j\omega)\} = arg\left\{\frac{1}{1.5j\omega + 1}\exp(-0.3j\omega)\right\} = arg\left\{\frac{1}{1.5j\omega + 1}\right\} + arg\{\exp(-0.3j\omega)\}$$

$$= arg\{1\} - arg\{1.5j\omega + 1\} + arg\{\exp(-0.3\omega \cdot j)\} = 0 - \arctan\left\{\frac{1.5\omega}{1}\right\} - 0.3\omega = -\arctan\{1.5\omega\} - 0.3\omega$$

c) Vaihevara ja viivevara pienenevät.

Tehtävä 3.

a) $k = 1$, jotta DC-vahvistus $G(0) = 1$, jolloin askelvaste suppenee tarkasti loppuarvoonsa.
$\zeta = 1$, jotta saadaan tuplanapa negatiiviselle Re-akselille. Tällöin mallin askelvaste on mahdollisimman nopea ja monotoninen. Nopeus on sitä suurempi, mitä suurempi on $\omega_n > 0$.

b) Muodostetaan säätöpiirin siirtofunktio:

$$T(s) = \frac{\frac{1}{s} \cdot \frac{1}{\frac{1}{10} \cdot s + 1} \cdot K}{1 + \frac{1}{s} \cdot \frac{1}{\frac{1}{10} \cdot s + 1} \cdot K \cdot 1} = \frac{K}{s \cdot \left(\frac{1}{10} \cdot s + 1\right) + K} = \frac{K}{\frac{1}{10} \cdot s^2 + s + K} = \frac{10K}{s^2 + 10 \cdot s + 10K} = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n \cdot s + \omega_n^2}$$

Verrataan mallien nimittäjäpolynomien s:n kertoimia (tässä vakiotermiä eli s^0:n sekä s^1:n kertoimia):

$$\omega_n{}^2 = 10K \Rightarrow \omega_n = \sqrt{10K}$$

$$2\zeta\omega_n = 10 \Rightarrow 2\zeta\sqrt{10K} = 10 \Rightarrow \zeta = \frac{5}{\sqrt{10K}}$$

Tehtäväpaperin liitteen kuvaajista karkeasti: 60 asteen vaihevara → ≈ 10 % ylitys → $\zeta \approx 0.6$.

$$\zeta = \frac{5}{\sqrt{10K}} = 0.6 \Rightarrow \sqrt{10K} = \frac{5}{0.6} \Rightarrow K = \frac{1}{10}\cdot\left(\frac{5}{0.6}\right)^2 \Rightarrow 0 < K \le \frac{1}{10}\cdot\left(\frac{5}{0.6}\right)^2$$

Tavoite toteutuu, kun K valitaan ym. arvoväliltä.

Tehtävä 4. Muodostetaan koko piirin siirtofunktio ja muokataan se ed. teht. 2. kl. mallin mukaiseksi:

$$G_m(s) = \frac{\dfrac{K_m}{R_aJ\cdot s}}{1 + \dfrac{K_m}{R_aJ\cdot s}\cdot K_b} = \frac{K_m}{R_aJ\cdot s + K_mK_b}$$

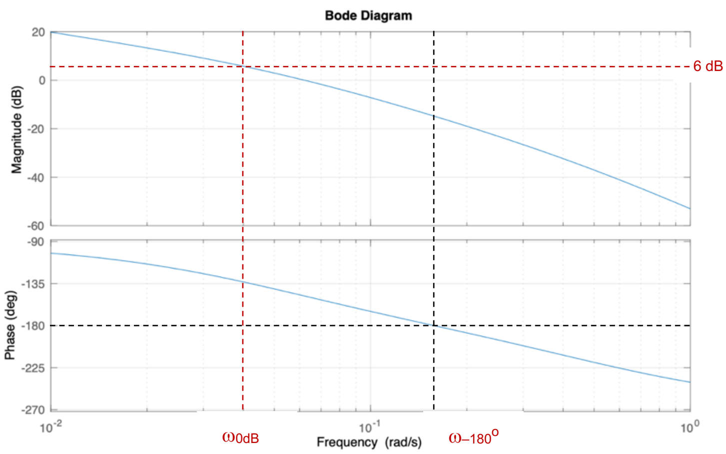
$$T(s) = \frac{\dfrac{K_m}{R_aJ\cdot s + K_mK_b}\cdot\dfrac{1}{s}\cdot K}{1 + \dfrac{K_m}{R_aJ\cdot s + K_mK_b}\cdot\dfrac{1}{s}\cdot K\cdot 1} = \frac{KK_m}{s\cdot\left(R_aJ\cdot s + K_mK_b\right) + KK_m} = \frac{KK_m}{R_aJ\cdot s^2 + K_mK_b\cdot s + KK_m} = \frac{KK_m/R_aJ}{1\cdot s^2 + \dfrac{K_mK_b}{R_aJ}\cdot s + \dfrac{KK_m}{R_aJ}}$$

Verrataan kertoimia:

$$\omega_n{}^2 = \frac{KK_m}{R_aJ} \Rightarrow \omega_n = \sqrt{\frac{KK_m}{R_aJ}}$$

$$2\zeta\omega_n = \frac{K_mK_b}{R_aJ} \Rightarrow 2\zeta\sqrt{\frac{KK_m}{R_aJ}} = \frac{K_mK_b}{R_aJ} \Rightarrow \zeta = \frac{1}{2}\cdot\frac{\dfrac{K_mK_b}{R_aJ}}{\sqrt{\dfrac{KK_m}{R_aJ}}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{\left(\dfrac{K_mK_b}{R_aJ}\right)^2}{\dfrac{KK_m}{R_aJ}}} = \frac{K_b}{2}\cdot\sqrt{\frac{K_m}{R_aJK}}$$

Tehtävä 5. Apuviivat karkealla ja riittävällä tarkkuudella ao. kuvassa. Kun vahvistusta lasketaan, vaihe ei muutu. Näin ollen vaiheen ylimenokulmataajuus säilyy. Vahvistuksen uusi ylim.kulmat. = 0.04 (rad/s)



Vaihevara ≈ 45 deg, vahvistusvara ≈ 20 dB, viivevara = (π/4)/0.04 s. = 25π/4 s. Näitä karkeammat arvot riittävät hyvin.