

Ei laskinta. Tenttikaavasto jaetaan. Kaavastoon ei saa tehdä merkintöjä! Kaavasto palautetaan vastauspaperin yhteydessä. Kysymyspaperia ei tarvitse palauttaa.

Tässä tentissä voit suorittaa **vain yhden** seuraavista vaihtoehdoista. Kysymyspaperi sisältää kysymykset kaikkiin vaihtoehtoihin. Merkitse vastauspaperiisi selvästi, minkä näistä suoritat:

- Välikoe 1 (VK1), 6 tehtävää
- Välikoe 2 (VK2), 5 tehtävää
- Koko kurssin tentti (T), 6 tehtävää

### Välikoe 1

**VK1-1.** Alueen eläinpopulaatio  $p$  riippuu metsästyksestä  $u$  seuraavan epälineaarisen differentiaaliyhtälömallin mukaisesti:

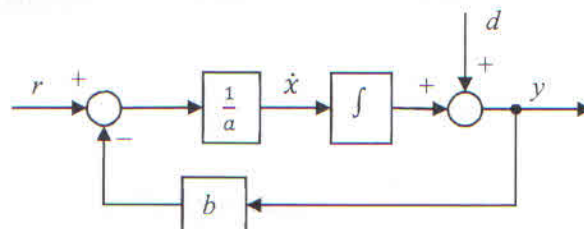
$$\dot{p} + p(p - 100) = -100u \quad (p \geq 0)$$

Kun metsästys on vakioarvossa  $\bar{u} = 24$ , populaatiolla on kaksi mahdollista tasapainotilaa  $\bar{p}_1$  ja  $\bar{p}_2$ . Linearisoi yhtälö jompaankumpaan näistä tasapainotiloista. (5 p)

**VK1-2.** Alla on yksikköaskelfunktion kuvaaja. Tämä epäjatkuva funktio vaihtaa arvosta 0 arvoon 1 hetken 0 askelmaisella epäjatkuvuushypyllä. Johda funktion Laplace-muunnoksen lauseke muunnoksen määritelmästä integroimalla. (5 p)



**VK1-3.** Lue oheisesta alkeislohkokaaviosta differentiaaliyhtälömalli ja esitä se muodossa, jossa ei esiinny sulkumerkkejä ja korkeimman kertaluvun derivaatta on yhtälön vasemmalla puolella.  $a$  ja  $b$  ovat vakioita. (5 p)



**VK1-4.** Selitä lyhyesti. (2 p per kohta)

- Dynaaminen järjestelmä
- Integraattori
- Luonnollinen vaste

**VK1-5.** Asetusarvo  $r$  viedään suotimen läpi, jonka ulostulo on suodatettu asetuservo  $r_f$ . Suodinta kuvaa differentiaaliyhtälömalli

$$a \cdot \dot{r}_f + r_f = r,$$

missä parametri  $a$  on vakio. Piirrä suotimen alkeislohkokaavio. Huom! Derivaattorilohkon käyttö on kielletty. (4 p)

**VK1-6.** Takaisinkytketyn säätöpiirin siirtofunktio  $Q(s)$  voidaan laskea kaavalla ("meno-paluuääntö")

$$Q(s) = \frac{G(s)F(s)}{1 + H(s)G(s)F(s)}$$

missä  $G(s)$  on prosessin,  $F(s)$  säätimen ja  $H(s)$  mitta-anturin siirtofunktio. Johda tämä kaava lohkokaaavion avulla. (5 p)

## Välikoe 2

**VK2-1.** Selitä lyhyesti. (2 p per kohta)

- Siirtofunktion nolla ja napa
- Suljetun systeemin herkkyys prosessin suhteen
- Viivevara

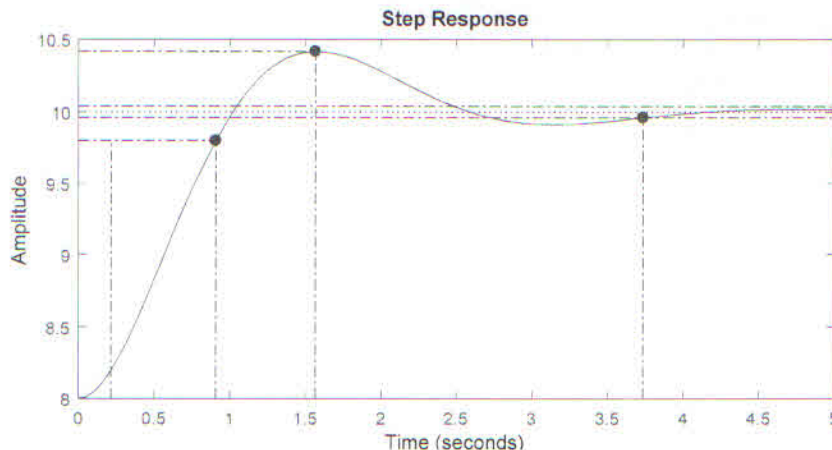
**VK2-2.** Systeemin siirtofunktio on

$$G(s) = \frac{2}{5s^2 + 3s + 1}$$

Johda ja sievennä systeemin amplitudivahvistuksen  $M(\omega)$  ja vaihesiirron  $P(\omega)$  lausekkeet. (6 p)

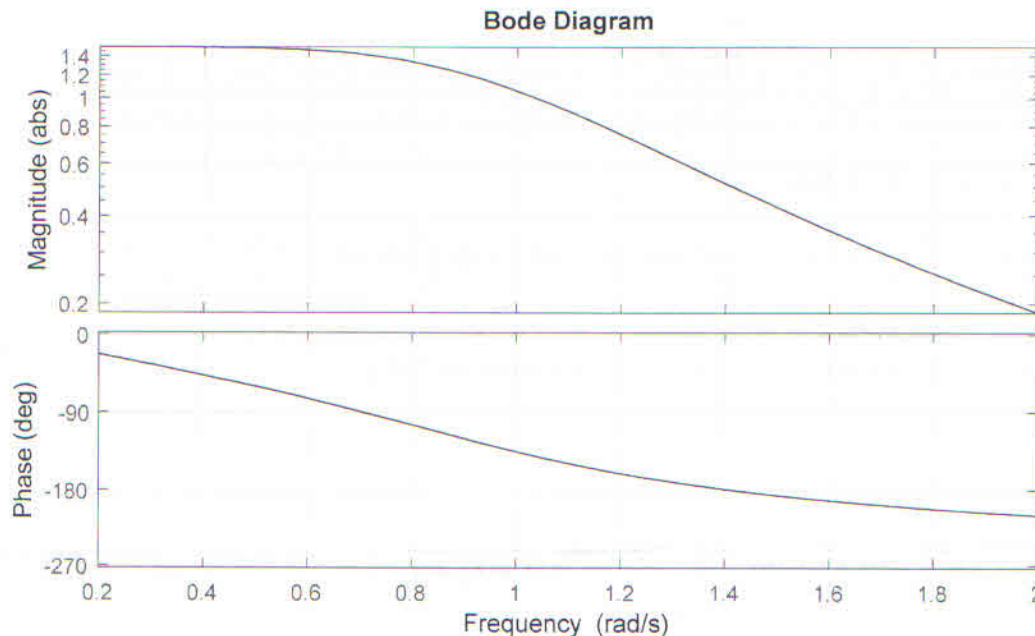
**VK2-3.** Alla olevassa kuvassa on erään LTI-systeemin askelvaste sekä muutamia apumerkintöjä. Vastaa seuraaviin kysymyksiin kuvan ja muun tietämyksesi perusteella. (1,5 p per kohta)

- Arvioi kuvasta askelvasteen asettumisaika.
- Systeemin kanssa sarjaan kytketään vakiovahvistus 2. Mikä on sarjaankytkennän asettumisaika?
- Kuvasta voi päätellä, että systeemi on vähintään toista astetta. Miten?
- Kun tiedetään, että systeemi on toista astetta, mitä kuvan perusteella voi päätellä siirtofunktion napojen reaali-osista?



**VK2-4.** Alla oleva kuva esittää stabiilin avoimen piirin (säädin, prosessi, mittaus) taajuusvastetta. Vastaa kysymyksiin kuvan perusteella. (2 p per kohta)

- Avoimeen systeemiin syötetään sinisignaali, jonka kulmataajuus on  $1,8 \text{ rad/s}$  ja amplitudi 1. Mikä on ulos tulevan sinin amplitudi alkutransientin jälkeen?
- Avoimeen systeemiin syötetään yksikköaskel. Minkä arvon askelvaste saavuttaa?
- Systeemi suljetaan säätöpiiriksi negatiivisella takaisinkytkennällä. Mikä on suljetun systeemin ylävahvistusvarakerroin?
- Mikä on suljetun systeemin vaihevara?



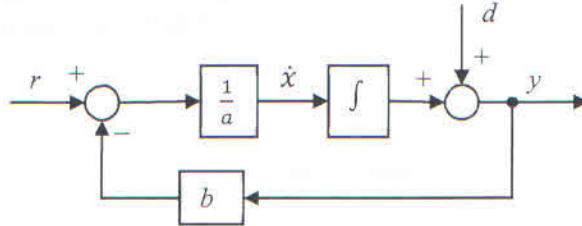
**VK2-5.** Routhin testillä voi selvittää, ovatko polynomien kaikki nollakohdat imaginääriakselin vasemmalla puolella. Routhin testi koostuu ns. esitestistä, jossa polynomien kaikkien kertoimien tulee olla aidosti samanmerkkiset, sekä taulukkotestistä. Yleisessä tapauksessa esitesti on välttämätön mutta ei riittävä ehto, ts. esitesti onnistuessa on jatkettava taulukkotestiin. **Osoita, että toisen asteen polynomille kuitenkin riittää pelkkä esitesti eli esitesti on toisen asteen polynomille riittävä ehto.** (4 p)

## Tentti

**T-1.** Omakotitaloa lämmitetään vesikiertoisella lattialämmityksellä. Lämmitysputkistoon syötetään lämmintä vettä venttiilin läpi. Sekä sisä- että ulkolämpötilaa mitataan. Käyttäjä ohjaa lämmitystä seinällä olevan ohjausyksikön kautta.

Piirrä talon lämmityksen säätöjärjestelmästä karkea lohkokaavio, jossa ovat seuraavat käsitteet: prosessi, mittaus, toimilaite, säädin, asetuarvo, takaisinkytkentä, myötäkytkentä, häiriö. Nimeä nämä käsitteet talon osien ja yllä kerrottujen komponenttien mukaan. Lohkokaavio ei tarvitse sisältää mitään matemaattisia operaatioita, toimintaperiaate riittää. Selitä lohkokaavio osia ja toimintaa myös sanallisesti muutamalla lauseella. (10 p)

T-2. Lue oheisesta alkeislohkokaaviosta differentiaaliyhtälömalli ja sievennä se muotoon, jossa ei esiinny sulkumerkkejä ja korkeimman kertaluvun derivaatta on yhtälön vasemmalla puolella.  $a$  ja  $b$  ovat vakioita. (10 p)



T-3. PI-säätimen asentoalgoritmi on

$$u(t) = u_c + K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau$$

- Johda PI-säätimelle siirtofunktioimalli. (8 p)
- Mikä on vakiotermin  $u_c$  merkitys säätimen toiminnassa? (4 p)

T-4. Systeemin siirtofunktio on

$$G(s) = \frac{2}{5s^2 + 3s + 1}$$

Johda systeemin amplitudivahvistuksen  $M(\omega)$  ja vaihesiirron  $P(\omega)$  lausekkeet. (10 p)

T-5. Ovatko seuraavat systeemit **BIBO-stabiileja**? Perustele. (2 p per kohta)

- $G(s) = \frac{5}{s^2 - 2s + 1}$
- Integraattori.
- Vakioviive.
- Jousen varassa roikkuu koukku. Koukkuun ripustetaan ajanhetkellä  $t = 0$  kappale. Systeemin input on kappaleen massa  $m$  ja output koukun pystysuuntainen nopeus  $v$ .
- Vakiokorkoinen talletustili. Systeemin input on tilille talletettava summa, output on tilin saldo. Pääomalle vuosittain kertyvä korko maksetaan tilille.

T-6. Suljetun systeemin siirtofunktio on

$$Q(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1}$$

Systeemiin syötetään asetusarvo, joka kasvaa lineaarisesti alkuarvosta 0 kulmakertoimella 3. Selvitä **säätövirheen loppuarvo**. (8 p)